

Wiskunde IEB

VRAESTELLE & ANTWOORDE

Marilyn Buchanan, *et al.*

GRAAD

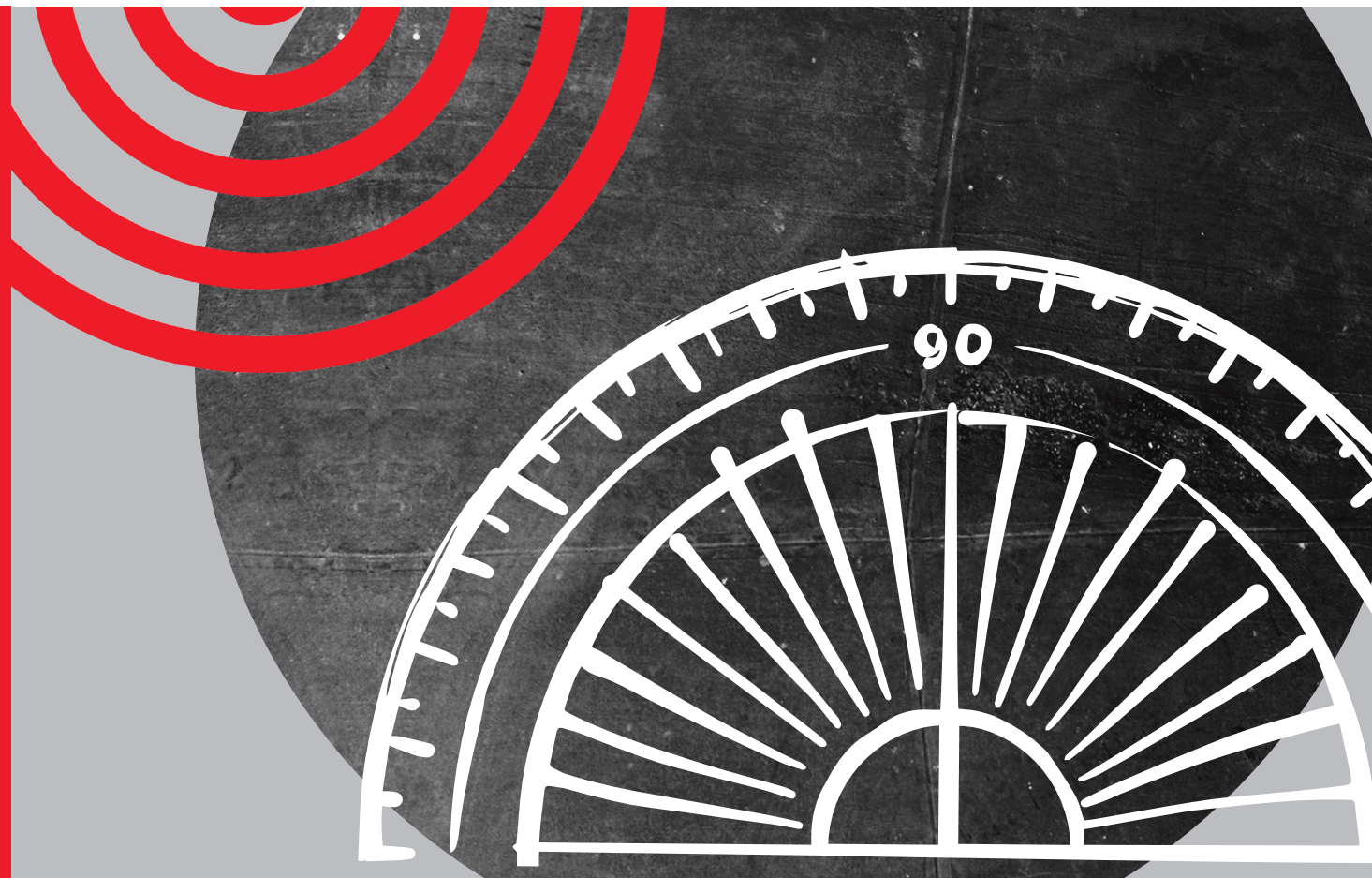
12

IEB

V & A



THE
ANSWER
SERIES *Your Key to Exam Success*



Graad 12 **Wiskunde IEB** Vrae & Antwoorde

Hierdie Graad 12 Wiskunde Vrae & Antwoorde is deur 'n topspan wiskunde-opvoeders saamgestel. Dit bied omvattende, indiepte eksamenhersiening en is daarop gemik om wiskundige denke en vakkundigheid bo die norm uit te brei.

Hierdie vraestelle laat jou toe om jou probleemoplossingstegnieke onder tydbeheerde eksamentoestande, te bemeester. Dit sal jou ook help om probleemareas in die Graad 12-Wiskundekurrikulum, waaraan jy moet werk, te identifiseer.

Hierdie omvattende studiegids bevat:

- 10 Vraestel 1's met gedetailleerde memo's
- 10 Vraestel 2's met gedetailleerde memo's
- 'n Magdom hoër-orde vrae

Deur hierdie Graad 12 Wiskunde Eksamenvraestelle en Antwoorde by jou toetsvoorbereidingsrepertoire te voeg, sal jou in staat stel om in KABV- of IEB-eksamens uit te blink.



Wiskunde

Vraestelle & Antwoorde

Marilyn Buchanan, *et al.*

Ook beskikbaar

**GRAAD 12
WISKUNDE
2-IN-1**

- vrae in onderwerpe
- eksamenvraestelle
- uitdagende onlangse eksamenvrae
- volledige oplossings



HIERDIE STUDIEGIDS SLUIT IN

- 1 Eksamenvraestelle
(vrae hoofsaaklik deur IEB-eksaminators opgestel)
- 2 Memorandums

**E-boek
beskikbaar** 

PUBLIKASIES & ERKENNINGS

ONS KABV-REEKS VIR GRAAD 8- & 9-LEERDERS

- Wiskunde
- Natuurwetenskappe
- Ekonomiese & Bestuurswetenskappe

ONS KABV-REEKS VIR GRAAD 10-LEERDERS

- Wiskunde
- Lewenswetenskappe
- Ekonomie
- English HL
- Wiskundige Geletterdheid
- Rekeningkunde
- Verbruikerstudies
- English FAL
- Fisiese Wetenskappe
- Besigheidstudies
- Geskiedenis

ONS KABV-REEKS VIR GRAAD 11-LEERDERS

- Wiskunde
- Lewenswetenskappe
- English HL
- Wiskundige Geletterdheid
- Rekeningkunde
- English FAL
- Fisiese Wetenskappe
- Besigheidstudies

ONS KABV-REEKS VIR GRAAD 12-LEERDERS

- Wiskunde
- Lewenswetenskappe
- Ekonomie
- Geografie
- English HL
- Wiskundige Geletterdheid
- Rekeningkunde
- Verbruikerstudies
- Landbouwetenskappe
- English FAL
- Fisiese Wetenskappe
- Besigheidstudies
- Geskiedenis
- Afrikaans EAT

ONS IEB-REEKS SLUIT IN

- Gr 10 Lewenswetenskappe
- Gr 10 - 12 Advanced Programme Maths (*slegs in Eng.*)
- Gr 11 & 12 Life Sciences (*slegs in Eng.*)

The Answer Series gee graag erkenning vir die reuse bydrae gelewer deur Bonita Morgan en Judy Crowster, wat die materiaal in hierdie boek met uiterste toewyding en kundigheid geset het.

KOPIEREG



HIERDIE PUBLIKASIE, OF DEEL DAARVAN, MAG OP GEEN MANIER GEREPRODUSEER OF OORGEDRA WORD SONDER DIE SKRIFTELIKE TOESTEMMING VAN DIE UITGEWER NIE. DIT SLUIT ELEKTRONIESE OF MEGANIESE, INSLUITENDE FOTOKOPIËRING, OPNAMES, OF ENIGE STELSEL VAN INLIGTINGSBEWARING EN -HERWINNING IN.

Die Antwoord

DIE UITGEWER



THE ANSWER SERIES studiegids is onontbeerlik vir enige matrikulant om sukses te kan behaal. Dit is spesiaal ontwerp om leerders se begrip te bevorder en verskaf aan hulle noodsaaklike eksamentegniek en ondervinding. Leerders kan onafhanklik werk wat tot makliker hantering van groot klasse lei. Alle **ANSWER SERIES** studiegids is van die hoogste gehalte en word gedurig aangepas om landswyd aan die behoeftes van leerders en leerkragte te voldoen. **(1975 GESTIG)**

INHOUD

Vraestel 1's

Vraestelle	Bladsynr. Vrae	Bladsynr. Antw.
1A	1.1	M1.1
1B	1.2	M1.4
1C	1.4	M1.6
1D	1.6	M1.9
1E	1.7	M1.11
1F	1.9	M1.14
1G	1.11	M1.16
1H	1.12	M1.19
1I	1.14	M1.21
1J	1.15	M1.24

Vraestel 2's

Vraestelle	Bladsynr. Vrae	Bladsynr. Antw.
2A	2.1	M2.1
2B	2.3	M2.4
2C	2.5	M2.6
2D	2.7	M2.8
2E	2.9	M2.10
2F	2.11	M2.13
2G	2.13	M2.15
2H	2.15	M2.18
2I	2.17	M2.20
2J	2.20	M2.22

Sakrekenaarinstruksies

Einde van boek

Trigonometriese Opsomming

Einde van boek

DvBO/IEB Eksamen Inligtingsblad

Einde van boek

LW.:
Die inligtingsblad word slegs vir die Gr 12-eksamen voorsien.

AANGAANDE HIERDIE BOEK

Die eksamen vraestelle wat in hierdie boek saamgestel is, is 'n poging van The Answer Series om onderwysers en leerders van oefenmateriaal, ter voorbereiding vir die eindeksamens, te voorsien. Dit is 'n vertolking van die KABV kurrikulum en dui nie op die enigste tipe vrae wat gevra kan word nie, maar eerder op moontlike voorbeelde.

Daar is 10 Vraestel 1's en 10 Vraestel 2's. Die eerste 5 van elk is nuut saamgestel, terwyl die tweede 5 saamgestel is deur die vraestelle van die vorige uitgawe van hierdie boek, aan te pas. Al 20 vraestelle is volgens die vereistes van die KABV kurrikulum opgestel. Die puntetoekenning aan onderwerpe is soms beïnvloed deur die noodzaak om meer oefening te voorsien waar gevoel is dis nodig.

Al 10 Vraestel 1's is deur Marilyn Buchanan (huidige IEB eksaminator) saamgestel - die eerste 5 nuut opgestel; die tweede 5 aangepas. Die 5 nuwe Vraestel 2's is deur Pravesen Iyer (toekomstige IEB eksaminator) en 'n span senior onderwysers van vooraanstaande skole saamgestel. Die tweede 5 Vraestel 2's is deur Anne Eadie, koördineerder van hierdie projek, aangepas. Ons is baie dank verskuldig aan Janet Aird en Gail Hallet vir hul waardevolle bydrae tot hierdie boek, deur gedeeltes daarvan te kontroleer.

Ons vertrou dat die gebruik van hierdie uitgebreide samevatting van vrae en antwoorde leerders goed sal toerus om die KABV eksamens suksesvol af te lê.

Ons sal opbouende kommentaar van onderwysers sowel as leerders verwelkom.

Marilyn Buchanan: mabkjb@telkomsa.net

Anne Eadie: anne@theanswerseries.co.za



7.2 Debbie moet 3-syferkodes soos volg skep:
Die syfers moet vanaf die syfers 0 tot 9 gekies word, en die kodes moet 3-syfergetalle wees.

Let op dat getalle soos 7 of 24 een- en tweesyfergetalle is en dus nie aanvaarbaar is nie, d.w.s. 007 en 024 is nie geldige kodes nie.

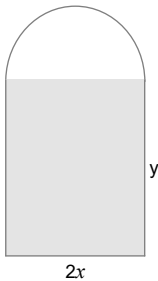
Bereken die aantal unieke kodes wat Debbie kan skep as:

7.2.1 herhaling toegelaat is. (2)

7.2.2 herhaling nie toegelaat is nie. (2)

[15 punte]

VRAAG 8



'n Badkamervenster is in die vorm van 'n reghoek (wydte $2x$ en hoogte y) en het 'n semi-sirkel bo-aan.

Die semi-sirkel bestaan uit helder glas terwyl die reghoek uit gekleurde glas bestaan, wat slegs die helfte soveel lig per vierkante meter as die helder glas deurlaat.

Die totale omtrek van die venster is 6 meter.

Die dimensies moet bepaal word sodat die maksimum hoeveelheid lig deurgelaat word.

8.1 Lei 'n formule af in terme van x vir die aantal lig wat deur die venster deurgelaat word. (7)

8.2 Bepaal die waardes van x en y (in terme van π) wanneer hierdie lig gemaksimeer word. (5)

8.3 Bereken vervolgens die maksimum hoeveelheid lig. (2)

[14 punte]

VRAAG 9

'n Vervaardiger van 'n produk vind dat hulle 'n wins van R450 maak vir elk van die eerste 500 eenhede wat vervaardig en verkoop word. Na 500 eenhede verminder die wins met R2 per addisionele eenheid vervaardig. Byvoorbeeld, wanneer 504 eenhede vervaardig en verkoop word, is die totale wins $R(500 \times 450 + 4 \times 442)$.

Bereken die maksimum wins.

[10 punte]

TOTAAL: 150



EKSAMENVRAESTEL 1C

Jy mag 'n goedgekeurde nie-programmeerbare en nie-grafiese sakrekenaar gebruik, tensy anders vermeld.

Rond jou antwoorde af tot EEN desimale syfer waar nodig, tensy anders vermeld.

AFDELING A

VRAAG 1

1.1 Los op vir x :

1.1.1 $\sqrt{x-2} + 4 = x$ (5)

1.1.2 $(x-3)(x-4) \geq 6$ (5)

1.2 Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, toon dat $3\sqrt{5} - 2\sqrt{2}$ 'n vierkantswortel van $53 - 12\sqrt{10}$ is. (3)

1.3 Gegee $f(x) = (x^3 - 2)(5 - x)$, bepaal $f'(2)$. (5)

[18 punte]

VRAAG 2

2.1 Gegee $T_k = 5k - 2$

Bepaal:

2.1.1 T_{21} (1)

2.1.2 watter term gelyk aan 1173 is. (2)

2.1.3 die som van die eerste 300 terme. (3)

2.2 Gegee die ry: 1; 7; 17; 31 ...

2.2.1 Skryf die volgende twee terme neer. (2)

2.2.2 Bepaal 'n formule vir die n^{de} term van die ry. (5)

2.3 Die derde term van 'n meetkundige reeks is

$\frac{2}{9}$ en die agste term is $\frac{-2}{2187}$.

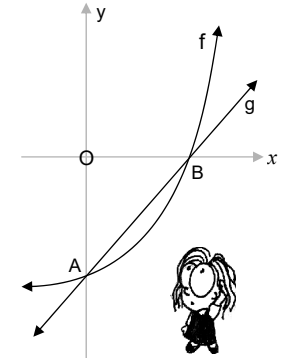
Bepaal die konstante verhouding en die eerste term. (6)

[19 punte]



VRAAG 3

3.1 Verwys na die figuur wat 'n skets van $f(x) = 2^x - 1 - 4$ en reguitlyn $y = g(x)$ toon.



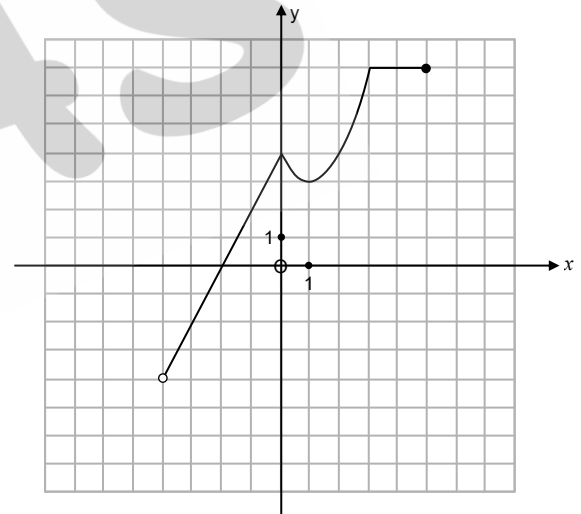
3.1.1 Bepaal die waardeversameling van f . (1)

3.1.2 Bepaal die koördinate van A en B, die as-afsnitte van die grafieke. (4)

3.1.3 Bepaal die vergelyking van die reguitlyn. (3)

3.1.4 Gebruik die bostaande figuur en jou antwoorde hierbo en bepaal die waardes van x waarvoor $f(x) > g(x)$. (2)

3.2 Verwys na die figuur wat 'n skets van $y = f(x)$ toon.



3.2.1 Bepaal die definisie- en waardeversameling van f . (2)

3.2.2 Teken die inverse van f op 'n afskrif van die rooster. (3)

3.2.3 Teken $y = 2 - f(x)$ op 'n afskrif van die rooster. (3)

3.2.4 Teken $y = 2f(x)$ op 'n afskrif van die rooster. (4)

[22 punte]

VRAAG 4

4.1 Die bevolking van 'n kusoord het met 11% per jaar vir die laaste 10 jaar vermeerder en is nou 14 000.

Bepaal die grootte van die bevolking 10 jaar gelede. (2)

- 4.2 Mev. Brown was 'n lening toegestaan. Sy moet maandeliks 'n paaiement van R9 089,13 vir 20 jaar terugbetaal. Rente op 'n afnemende saldo teen 12,5% p.j., maandeliks saamgestel, was gehef.

Bereken:

- 4.2.1 die bedrag van die lening (tot die naaste R100). (3)
 4.2.2 die effektiewe jaarlikse rentekoers van die lening. (3)
 4.2.3 die uitstaande saldo van die lening aan die einde van die eerste twee jaar. (4)
 4.2.4 hoeveel rente Mev. Brown in hierdie twee jaar betaal het. (4)

[16 punte]

AFDELING B

VRAAG 5

- 5.1 Anne het die werking van die verkeerslig op die hoek van haar straat vir die laaste 120 dae dopgehou. Daar was op 54 dae donderweer en die ligte het op 48 van hierdie dae nie reg gewerk nie. Dit het ook nie op 12 dae, toe daar gunstige weer was, behoorlik gewerk nie. Dit is voorspel dat daar Maandag 'n 70% waarskynlikheid van 'n donderstorm in Anne se omgewing sal wees.
- 5.1.1 Teken 'n boomdiagram om hierdie inligting voor te stel. (6)
 5.1.2 Bepaal die waarskynlikheid dat die verkeersligte Maandag nie behoorlik sal werk nie. (2)
- 5.2 In 'n boekwinkel moet 13 verskillende reisboeke deur 'n assistent op 'n rak gepak word. Daar is 7 verskillende boeke oor Europa en 6 verskillende boeke oor Amerika.
- 5.2.1 Bereken die aantal verskillende maniere wat die boeke gerangskik kan word indien dit lukraak op die rak gepak word. (1)
 5.2.2 Bepaal die waarskynlikheid dat:
 (a) die boeke oor Europa saam is en die boeke oor Amerika saam is. (3)
 (b) slegs die boeke oor Europa saam is. (3)
 (c) die boeke oor Europa en die boeke oor Amerika afwisselend gerangskik word. (3)

[18 punte]



VRAAG 6

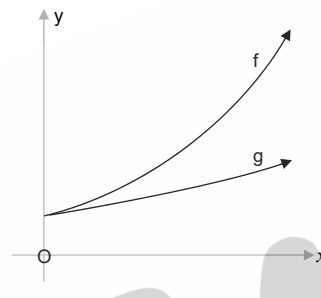
'n Stadsraad was ingelig dat die bevolking van die stad (huidig 3 miljoen) teen 'n koers van 4% per jaar groei.

Die onderstaande figuur toon die grafieke van $y = f(x)$ en $y = g(x)$ waar die funksie f die voorspelde eksponensiële model vir die huidige groei en g 'n voorstelling van die vertraagde eksponensiële groeimodel is.

x stel die aantal jare vanaf die huidige tyd voor en y is die bevolking van die stad, in miljoene.

- 6.1 Bereken die voorspelde bevolking van die stad indien die huidige groeikoers vir die volgende 10 jaar voortduur. (3)
- 6.2 Bepaal die persentasie toename van die bevolking oor die 10 jaar. (2)
- 6.3 Bepaal die aantal jaar wat dit vir die bevolking sal neem om te verdubbel. (4)
- 6.4 Die raad wil begin bou om met 'n bevolking van 4 460 000 in 20 jaar opgewasse te wees. Bereken die benodigde groeikoers (korrek tot twee desimale syfers). (4)

[13 punte]

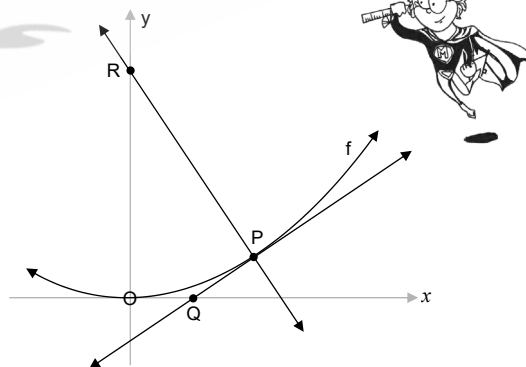


VRAAG 7

Verwys na die figuur wat deel van 'n parabool toon waar

$f(x) = \frac{x^2}{9k}$. Die punt P op f het x -koördinaat $3kp$.

PQ is 'n raaklyn aan die kromme.



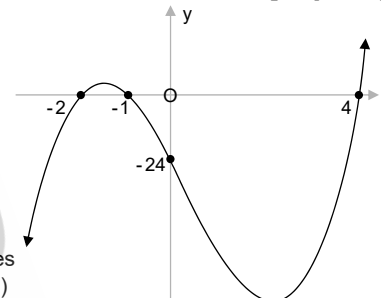
- 7.1 Toon aan dat die vergelyking van die raaklyn PQ voorgestel kan word deur $y = \frac{2px}{3} - kp^2$. (6)

- 7.2 Die lyn deur PR staan as 'n normaal tot die kromme bekend aangesien $PQ \perp PR$. Bepaal die vergelyking van hierdie normaal. (3)
- 7.3 Bepaal die koördinate (in terme van k en p) van:
 7.3.1 Q, die x -afsnit van PQ. (2)
 7.3.2 R, die y -afsnit van PR. (2)

[13 punte]

VRAAG 8

Die grafiek wat die funksie $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ voorstel, sny die x -as by -2, -1 en 4, en sny die y -as by -24.



Bepaal:

- 8.1 die numeriese waardes van a , b , c en d . (6)
 8.2 die vergelyking van die raaklyn aan die kromme by die y -afsnit. (4)
 8.3 P is 'n punt op die kromme met x -koördinaat -1,5. Toon aan dat die vergelyking van die raaklyn aan die kromme by P, $y = -\frac{3x}{4} + 3$ is. (5)
 8.4 Bewys dat die x -afsnit van hierdie raaklyn ook 'n x -afsnit van die kubieke kromme is. (2)

[17 punte]

VRAAG 9

- 9.1 Indien die volwassedosis van 'n medisyne d is, kan die kinderdosis, c , bepaal word deur a , die ouderdom van die kind in verskeie formules te gebruik.

Young se Reël: $c = \frac{a}{a+12} \times d$

Cowling se Reël: $c = \frac{a+1}{24} \times d$



Bepaal die ouderdom waarvoor beide formules dieselfde kinderdosis gee.

Gee jou antwoord tot die naaste jaar. (5)

- 9.2 Die vergelyking $x^2 + px + 1 = 0$ het gelyke wortels. Bepaal die aard van die wortels van die vergelyking $x^2 + px + 6 = 0$. (5)
- 9.3 Die kortste sy van 'n vierhoek is 1 cm. Die 4 sye vorm 'n meetkundige ry en die omtrek van die vierhoek is 15 cm. Bepaal die lengtes van die ander sye. (4)

[14 punte]

TOTAAL: 150

EKSAMENVRAESTEL 2B

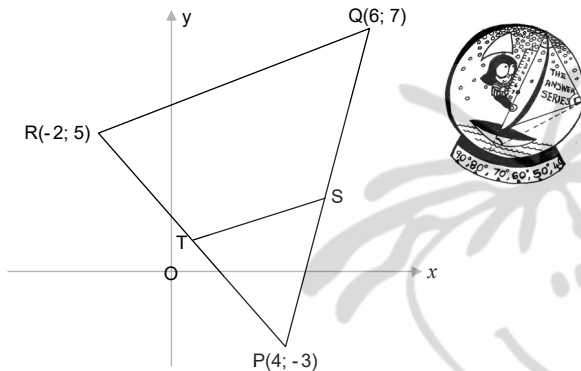
Jy mag 'n goedgekeurde nie-programmeerbare en nie-grafiese sakrekenaar gebruik, tensy anders vermeld.

Rond jou antwoorde af tot **EEN** desimale syfer waar nodig, tensy anders vermeld.

VRAAG 1

Verwys na die diagram:

$P(4; -3)$; $Q(6; 7)$ en $R(-2; 5)$ is hoekpunte van $\triangle PQR$.



- 1.1 Bepaal die koördinate van S, die middelpunt van PQ, en T, die middelpunt van PR. (2)
- 1.2 Bepaal die gradiënt van RQ en toon vervolgens aan dat $ST \parallel RQ$. (3)
- 1.3 Bepaal $R\hat{P}Q$. (4)
- 1.4 Bepaal die oppervlakte van RQST, in vereenvoudigde wortelvorm, indien die loodregte afstand tussen die lyne QR en ST 4 eenhede is. (5)

[14 punte]

VRAAG 2

'n Sirkel is gedefinieer met die vergelyking: $x^2 + 6x + y^2 + 4y = 4$

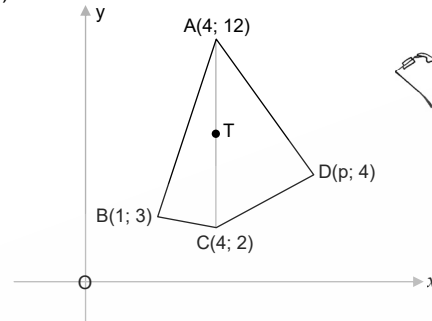
- 2.1 Herskryf die vergelyking hierbo na die vorm $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, en bepaal vervolgens die koördinate van die middelpunt van die sirkel. (4)
- 2.2 Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel by die punt $H(-4; 2)$. (4)

[8 punte]

VRAAG 3

Verwys na die diagram:

ABCD is 'n vierhoek met hoekpunte $A(4; 12)$; $B(1; 3)$; $C(4; 2)$ en $D(p; 4)$.



- 3.1 Bewys dat $AB \perp BC$. (3)
- 3.2 Bepaal die koördinate van T, die middelpunt van AC. (2)
- 3.3 Bepaal vervolgens, of andersins, die vergelyking van die sirkel in die vorm $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ wat deur die punte A, B en C gaan. (4)
- 3.4 Bepaal die waarde van p indien ABCD 'n koordevierhoek is. (4)
- 3.5 Bepaal die grootte van hoek $B\hat{T}D$, indien ABCD 'n koordevierhoek is en $p = 8$. (4)

[17 punte]

VRAAG 4

Die onderstaande frekwensietabel gee die massa van die eerste 60 babas gebore by 'n hospitaal in Johannesburg.

Massa (kg)	Frekwensie f
$1,0 \leq w < 1,5$	4
$1,5 \leq w < 2,0$	7
$2,0 \leq w < 2,5$	12
$2,5 \leq w < 3,0$	14
$3,0 \leq w < 3,5$	10
$3,5 \leq w < 4,0$	9
$4,0 \leq w < 4,5$	4
$4,5 \leq w$	0

- 4.1 Bereken die geskatte gemiddelde massa van die babas. (3)
- 4.2 Bereken die geskatte standaardafwyking van die massa van die babas. (2)

[5 punte]

VRAAG 5

'n Groep leerders het ondersoek of daar 'n verwantskap tussen die voetlengte en die lengte van leerders in hul klas is.

Hulle het 11 leerders lukraak gekies om data van te versamel.

Lengte van linkervoet x (in cm)	27,4	26,3	25	25,4	27,6	22,5	27	27,5	24,6	28	26,4
Lengte y (in cm)	175	172	167	169	173	162	168	170	158	172	180

- 5.1 Bepaal die vergelyking van die bes passende lyn tot 4 desimale syfers. (4)
- 5.2 Gebruik jou antwoord om die lengte van 'n leerder met voetlengte van 26 cm tot 1 desimale syfer te voorspel. (2)
- 5.3 Bewys dat die punt met die koördinate $(\bar{x}; \bar{y})$ tot 4 desimale syfers op die bes passende lyn lê. (4)
- 5.4 Bereken die korrelasie koëffisiënt vir die data tot een desimale syfer. (3)
- 5.5 Watter gevolgtrekkings, gebaseer op jou antwoord in 5.4 hierbo, kan jy aflei van die verwantskap tussen die voetlengte en die lengte van die 11 leerders in die datastel? (2)

[15 punte]

VRAAG 6

- 6.1 Druk elk van die volgende in terme van k uit, indien $\sin 40^\circ = k$:
 6.1.1 $\frac{1}{\cos 50^\circ}$ 6.1.2 $\sin 80^\circ$ 6.1.3 $\cos 20^\circ$ (1)(4)(4)
- 6.2 Gegee $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ en $\cos \beta = \frac{3}{5}$ met $0^\circ < \alpha < 270^\circ$ en $\beta > 90^\circ$. Bepaal die waarde van $\sin(\alpha - \beta)$. (5)
- 6.3 Vereenvoudig:

$$\frac{\sin(90^\circ - x) \cdot \sin(90^\circ + x)}{(\sin 90^\circ - \sin x)(\sin 90^\circ + \sin x)}$$
 (5)
- 6.4 Vereenvoudig, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:

$$\frac{\cos 330^\circ \cdot \cos(-200^\circ)}{\tan 405^\circ \cdot \sin(-150^\circ) \cdot \sin 290^\circ}$$
 (6)
- 6.5 Los elk van die volgende vergelyking op vir $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$:
 6.5.1 $(\tan \alpha - 1)(\tan \alpha + 1) = 0$ (3)
 6.5.2 $\frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = 1$ (4)

6.6 Bepaal die algemene oplossing van die volgende vergelyking:

$$\cos(x + 30^\circ) = \left(\frac{\sqrt{3} - 1}{2}\right) \sin x \quad (6)$$

[38 punte]

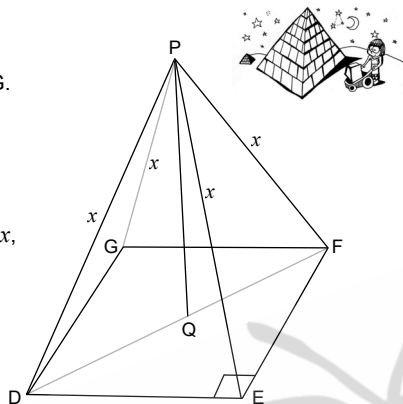
VRAAG 7

'n Piramide staan op 'n vierkante basis, DEFG.

Elk van die sye is 'n gelyksydige driehoek met lengte x eenhede.

Hoe hoog, in terme van x , is die boonste punt van die piramide P, bo Q, die middelpunt van die basis?

Laat jou antwoord in eenvoudigste wortelvorm.

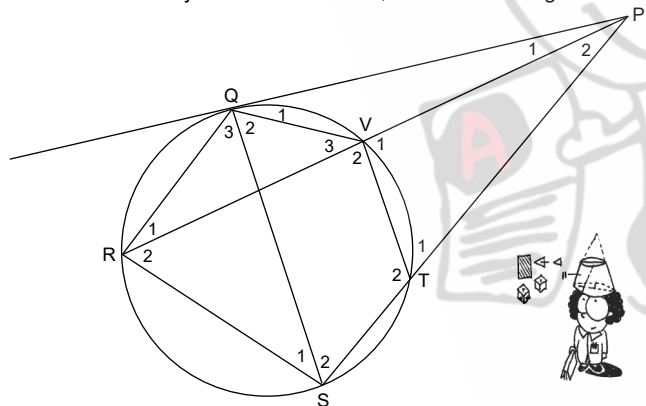


[6 punte]

VRAAG 8

8.1 Verwys na die diagram: RV en ST word verleng om by P te sny.

PQ is 'n raaklyn aan die sirkel. QV, VT en QS word geteken.



Verwys na die bewerings hieronder en sê of hulle waar of vals is.

8.1.1 $\hat{Q}_1 = \hat{R}_1$ (1)

8.1.2 $\hat{R}_1 = \hat{S}_2$ (1)

8.1.3 $\hat{V}_1 = \hat{S}_1 + \hat{S}_2$ (1)

8.1.4 RQVS is 'n koordevierhoek (1)

8.1.5 $\hat{R}_1 + \hat{R}_2 = 90^\circ$ (1)

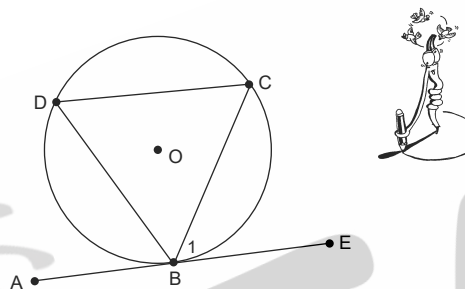
8.1.6 $\hat{R}_1 + \hat{R}_2 + \hat{T}_2 = 180^\circ$ (1)

8.2 In 'n koordevierhoek PQRS, $\hat{S} = 120^\circ$, PQ = 5 eenhede en QR = 8 eenhede. Bereken die lengte van PR. (4)

[10 punte]

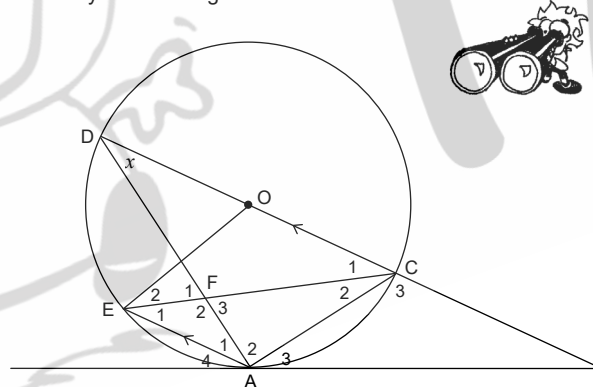
VRAAG 9

9.1 Bewys die stelling wat beweer dat die hoek wat gevorm word tussen 'n raaklyn en 'n koord gelyk is aan die hoek in die teenoorstaande segment. (d.w.s. Bewys dat $\hat{B}_1 = \hat{D}$)



(6)

9.2 Verwys na die diagram:



AB is 'n raaklyn aan die sirkel met middelpunt O.

BCOD is 'n reguitlyn. AE || BD en $\hat{D} = x$.

9.2.1 Bepaal, met redes, vyf ander hoeke wat gelyk is aan x . (8)

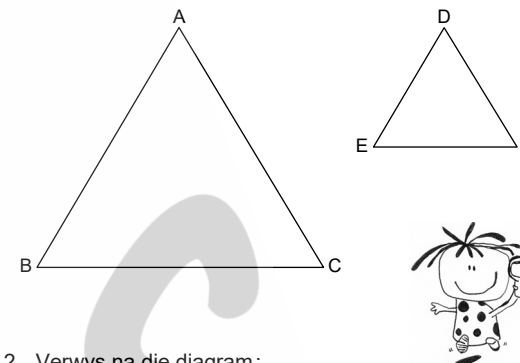
9.2.2 Bewys dat EC 'n raaklyn is aan die sirkel wat deur punte A, B en C gaan. (5)

[19 punte]

VRAAG 10

10.1 Bewys die stelling wat beweer:

As twee driehoeke gelykhoekig is, dan is die driehoeke gelykvormig.

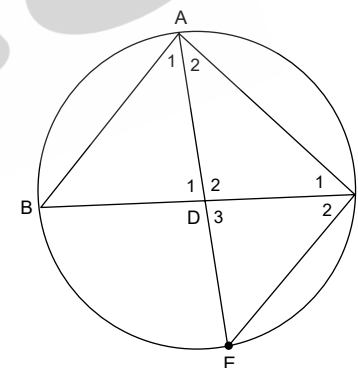


(6)

10.2 Verwys na die diagram:

A, B, E en C is punte op 'n sirkel.

AE halveer $\hat{BAC}$. BC en AE sny by D.



Bewys dat:

10.2.1 $\triangle ABD \parallel \triangle AEC$ (4)

10.2.2 $\triangle ABD \parallel \triangle CED$ (3)

10.2.3 $AB \cdot AC = AD^2 + BD \cdot DC$ (5)

[18 punte]

TOTAAL: 150



8.2 Maksimum lig wanneer $\frac{dLig}{dx} = 0$
 $\therefore 3 - 2x = 0$
 $\therefore x = \frac{3}{2} <$

$$y = 3 - \frac{3}{2} - \frac{\pi}{2} \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\pi}{2} \right) <$$

8.3 Maksimum lig = $3 \times \frac{3}{2} - \left(\frac{3}{2} \right)^2$
 $= \frac{9}{4} <$



9. Laat n die totale aantal eenhede vervaardig wees.

Wins
 $= 225\,000 + (n - 500)(450 - 2n + 1\,000)$
 $= 225\,000 + (n - 500)(1\,450 - 2n)$
 $= 225\,000 + 1\,450n - 2n^2 - 725\,000 + 1\,000n$
 $= -2n^2 + 2\,450n - 500\,000$

Maksimum wins wanneer $\frac{dWins}{dn} = 0$
 $\therefore -4n + 2\,450 = 0$
 $\therefore n = 612,5$

Wanneer 612 of 613 gebruik word, is
 Maksimum wins = **R250 312** <

OF: Laat n die aantal eenhede bo 500 wees.

$$P = 500 \times 450 + n(450 - 2n)$$

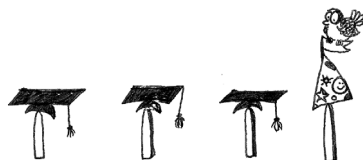
$$= 225\,000 - 2n^2 + 450n$$

$$\frac{dP}{dn} = -4n + 450 = 0$$

$$\therefore n = 112,5$$

Deur 112 of 113 te gebruik:

Maksimum wins, $P = \mathbf{R250\,312}$ <



EKSAMENMEMO 1C

1.1.1 $\sqrt{x+2} + 4 = x$
 $\therefore \sqrt{x+2} = x - 4$
 $\therefore x + 2 = x^2 - 8x + 16$
 $\therefore x^2 - 9x + 14 = 0$
 $\therefore (x-2)(x-7) = 0$
 $\therefore x = 2 \text{ of } x = 7$

Toets: $x = 2$:

$$LK = \sqrt{2+2} + 4$$

$$= 6 \neq RK$$

$x = 7$:

$$LK = \sqrt{7+2} + 4$$

$$= 7 = RK$$

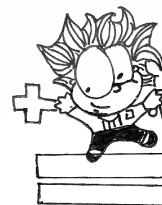
$$\therefore x = 7 <$$

1.1.2 $(x-3)(x-4) \geq 6$
 $\therefore x^2 - 7x + 12 - 6 \geq 0$
 $\therefore x^2 - 7x + 6 \geq 0$
 $\therefore (x-1)(x-6) \geq 0$

uitdr.: $\begin{array}{c} + \quad 0 \quad - \quad 0 \quad + \\ \hline x: \quad 1 \quad \quad 6 \end{array}$
 $x \leq 1 \text{ of } x \geq 6 <$

1.2 $(3\sqrt{5} - 2\sqrt{2})^2$
 $= 9 \times 5 - 12\sqrt{10} + 4 \times 2$
 $= 45 - 12\sqrt{10} + 8$
 $= \mathbf{53 - 12\sqrt{10}} <$

1.3 $f(x) = (x^3 - 2)(5 - x)$
 $= 5x^3 - x^4 - 10 + 2x$
 $f'(x) = 15x^2 - 4x^3 + 2$
 $f'(2) = 15 \times 2^2 - 4 \times 2^3 + 2$
 $= 30$



2.1 $T_k = 5k - 2$

2.1.1 $T_{21} = 5 \times 21 - 2$
 $= \mathbf{103} <$

2.1.2 $5k - 2 = 1\,173$
 $\therefore 5k = 1\,175$
 $\therefore k = 235$
 d.w.s. $T_{235} <$

2.1.3 R.R.: $a = 3, d = 5$
 $S_{300} = \frac{300}{2} [2 \times 3 + 299 \times 5]$
 $= \mathbf{225\,150} <$

2.2.1 $49 ; 71 <$

2.2.2 $\begin{array}{cccccc} 1 & 7 & 17 & 31 & 49 & 71 \\ 1^{ste} \text{ verskil} & 6 & 10 & 14 & 18 & 22 \\ 2^{de} \text{ verskil} & 4 & 4 & 4 & 4 & \end{array}$

M.b.v. die formule: $T_n = T_1 + (n-1)f + \frac{(n-1)(n-2)}{2}s$
 $\therefore T_n = 1 + (n-1)6 + \frac{(n-1)(n-2)}{2} \times 4$
 $= 1 + 6n - 6 + 2(n^2 - 3n + 2)$
 $= 6n - 5 + 2n^2 - 6n + 4$
 $= \mathbf{2n^2 - 1} <$

Andersins: $2a = d = 4 \dots$ konstante tweede verskil
 $\therefore a = 2$

$$T_0 = c = -1$$

$$T_n = 2n^2 + bn - 1$$

$$\therefore T_1 = 2 + b - 1 = 1$$

$$\therefore b = 0$$

$$\therefore T_n = \mathbf{2n^2 - 1} <$$

OF: $2a = 4 \Rightarrow a = 2$

$$T_0 = c = -1$$

& Die eerste term van die eerste verskil:

$$3a + b = 6$$

$$\therefore 3(2) + b = 6$$

$$\therefore b = 0$$

$$\therefore T_n = \mathbf{2n^2 - 1} <$$



$$2.3 \quad T_3 = \frac{2}{9} = ar^2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$T_8 = \frac{-2}{2187} = ar^7 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \div \textcircled{1}: \frac{ar^7}{ar^2} = \frac{-2}{2187} \div \frac{2}{9}$$

$$\therefore r^5 = -\frac{1}{243}$$

$$= \left(-\frac{1}{3}\right)^5$$

$$\therefore r = -\frac{1}{3} <$$

$$\textcircled{1}: a\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{2}{9}$$

$$\therefore a = \frac{2}{9} \div \frac{1}{9}$$

$$= 2 <$$

$$3.1.1 \quad y > -4 <$$

$$3.1.2 \quad A: f(0) = 2^{0-1} = -4$$

$$\therefore A(0; -\frac{7}{2}) <$$

$$B: 2^{x-1} - 4 = 0$$

$$\therefore 2^{x-1} = 2^2$$

$$\therefore x-1 = 2$$

$$\therefore x = 3$$

dieselfde grondtalle
∴ gelyke eksponente

$$\therefore B(3; 0) <$$

$$3.1.3 \quad m_{AB} = \frac{0 + \frac{7}{2}}{3 - 0} = \frac{7}{6}$$

∴ Vergelyking van AB:

$$y = \frac{7x}{6} - \frac{7}{2} <$$

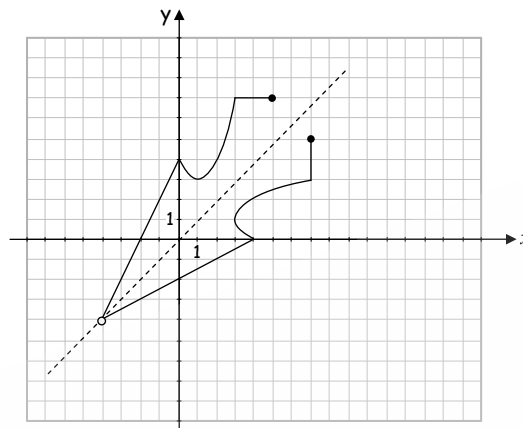
$$3.1.4 \quad x < 0 \text{ of } x > 3 <$$

$$3.2.1 \quad \text{Definisieversameling: } x \in (-4; 5] <$$

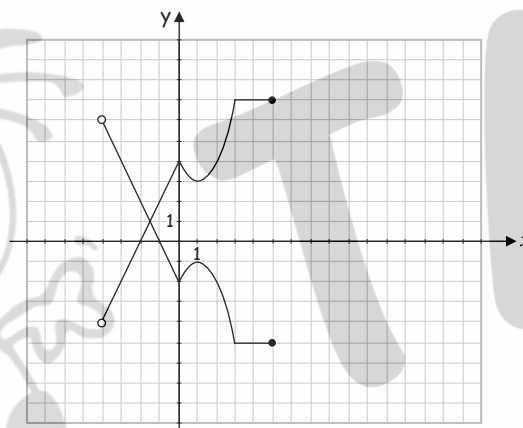
$$\text{Waardeversameling: } y \in (-4; 7] <$$



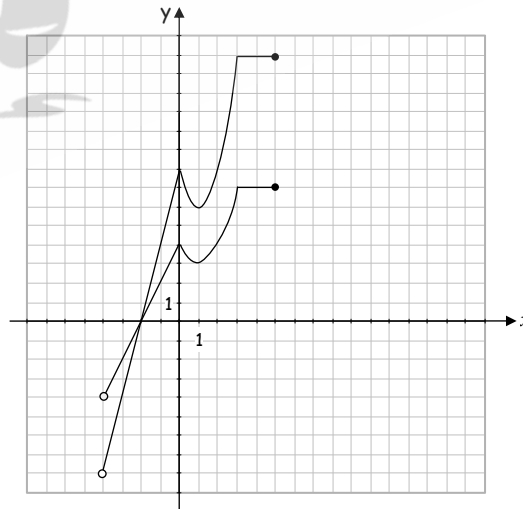
3.2.2



3.2.3



3.2.4



$$4.1 \quad P(1,11)^{10} = 14\,000$$

$$\therefore P = 4\,930,5827$$

$$\approx 4\,931 <$$

$$4.2.1 \quad A \leftarrow 1 + \frac{0,125}{12}$$

$$= 1,010416666\dots$$

$$\text{Lening} = \frac{9\,089,13[1 - A^{-240}]}{\frac{0,125}{12}}$$

$$= 800\,000,4931$$

$$\approx R800\,000 <$$

$$4.2.2 \quad 1 + i^{(e)} = A^{12}$$

$$= 1,132416046$$

$$\therefore i^{(e)} = 0,132416\dots$$

$$\approx 13,2\% <$$

$$4.2.3 \quad \text{Uitstaande saldo} = 800\,000A^{24} - \frac{9\,089,13[A^{24} - 1]}{\frac{0,125}{12}}$$

$$= 779\,512,5096$$

$$\approx R779\,512,51 <$$

Andersins:

$$\text{Uitstaande saldo} = \frac{9\,089,13[1 - A^{-216}]}{\frac{0,125}{12}} = R779\,513,14 <$$

$$4.2.4 \quad \text{Totale betalings} = 24 \times 9\,089,13$$

$$= 218\,139,12$$

$$\text{Afbetaal} = 800\,000 - 779\,512,51$$

$$= 20\,487,49$$

$$\text{Rente} = 218\,139,12 - 20\,487,49$$

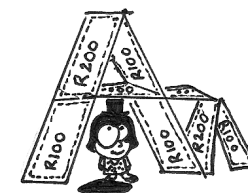
$$= R197\,651,63 <$$

$$\text{OF: Afbetaal} = 800\,000 - 779\,513,14$$

$$= 20\,486,86$$

$$\text{Rente} = 218\,139,12 - 20\,486,86$$

$$= R197\,652,26 <$$



EKSAMENMEMO 2B

1.1 $S(5; 2) < T(1; 1) <$

1.2 $m_{RQ} = \frac{7-5}{6+2} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$m_{ST} = \frac{1-2}{1-5} = \frac{1}{4}$

$\therefore ST \parallel RQ < \dots$ gelyke gradiënte

1.3 $m_{RP} = -\frac{4}{3}$

$\therefore \tan \theta = -\frac{4}{3}$

$\therefore \theta = -53,1^\circ + 180^\circ = 126,9^\circ$

$m_{PQ} = 5$

$\therefore \tan \alpha = 5$
 $\alpha = 78,7^\circ$

$\hat{RPQ} = \theta - \alpha = 48,2^\circ <$

1.4 Oppervlakte van RQST = $\frac{(RQ + ST) \cdot h}{2}$... trapesium

$RQ = \sqrt{(8)^2 + (2)^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$

$ST = \sqrt{17}$... middelpuntstelling; $ST \parallel RQ$ in ΔPQR

$\therefore$ Oppervlakte = $\frac{3\sqrt{17} \cdot 4}{2} = 6\sqrt{17}$ eenhede² <

2.1 $x^2 + 6x + y^2 + 4y = 4$

$\therefore x^2 + 6x + 9 + y^2 + 4y + 4 = 4 + 9 + 4$

$\therefore (x+3)^2 + (y+2)^2 = 17 <$

Die middelpunt: $C(-3; -2) <$

2.2 $m_{rad} = \frac{2-(-2)}{-4-(-3)} = \frac{4}{-1} = -4$

$\therefore m_{RAAKLYN} = \frac{1}{4}$... r.kln. $\perp$ rad.

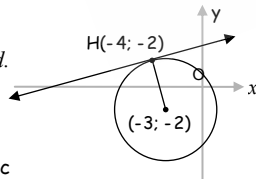
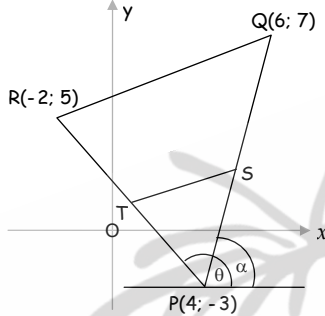
$\therefore$ Vgl. van raaklyn: $y = \frac{1}{4}x + c$

Stel $(-4; 2)$ in: $\therefore 2 = \frac{1}{4}(-4) + c$

$\therefore 2 = -1 + c$

$\therefore 3 = c$

Vgl.: $y = \frac{1}{4}x + 3 <$



3.1 $m_{AB} = \frac{3-12}{1-4} = \frac{-9}{-3} = 3$

& $m_{BC} = \frac{2-3}{4-1} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$

$\therefore m_{AB} \times m_{BC} = -1$, d.w.s. $AB \perp BC <$

3.2 Middelpunt AC $(4; \frac{12+2}{2})$

$\therefore T(4; 7) <$

LW.:

$x_A = x_C = x_T$

3.3 AC is die middellyn van $\odot ABC$... $\hat{ABC} = 90^\circ$

& T, middelpunt van AC, is die middelpunt.

$\therefore$ Radius = $\frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}(10) = 5$ eenhede & midpt. is T(4; 7)

$\therefore$ Vergelyking van $\odot ABC$: $(x-4)^2 + (y-7)^2 = 25 <$

3.4 Vir ABCD om 'n koordevierhoek te wees,

$\hat{ADC} = 90^\circ$... teenoorstaande $\angle^e$ van kvh.

$m_{AD} = \frac{4-12}{p-4} = \frac{-8}{p-4}$ & $m_{CD} = \frac{4-2}{p-4} = \frac{2}{p-4}$

$\hat{ADC} = 90^\circ \Rightarrow m_{AD} \times m_{CD} = -1$... prod. van gradiënte = -1

$\therefore \frac{-8}{p-4} \times \frac{2}{p-4} = -1$

$\times (p-4)^2$: $\therefore -16 = -1(p-4)^2$

$\therefore (p-4)^2 = 16$

$\therefore p-4 = \pm 4$

$\therefore p = 4 \pm 4$

$\therefore p = 8 <$ of $p = 0$ (ongeldig)

($p \neq 0$ want as D op die y-as is, het ons nie 'n vierhoek ABCD nie, maar ADBC.)

3.5 $\tan \theta = m_{BT} = \frac{7-3}{4-1} = \frac{4}{3}$

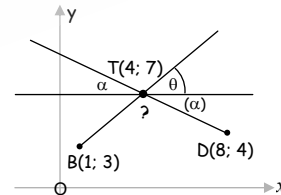
$\therefore \theta = 53,13^\circ$

$\tan(180^\circ - \alpha) = \frac{7-4}{4-8} = \frac{3}{-4}$

$\therefore 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 36,87^\circ$

$\therefore \alpha = 36,87^\circ$

$\hat{BTD} = 180^\circ - (53,13^\circ + 36,87^\circ) = 90^\circ <$



4.1 $\bar{X} = 2,8 < \dots *$

Sien sakrekenaar instruksies aan die einde van die boek.

*LW.: Wanneer daar met rou data gewerk word, word die gemiddelde deur die notasie $\bar{x}$ voorgestel. Maar vir groepeerde data, die geskatte gemiddelde is $\bar{X}$.

4.2 $SA, \sigma = 0,8 <$

5.1 $y = a + bx$

$\therefore y = 105,1114 + 2,4671x <$

5.2 $y = 105,1114 + 2,4671(26)$

$\approx 169,3 \text{ cm} <$

5.3 $\bar{x} = 26,1545\dots$

& $\bar{y} = 169,6364\dots$

Stel in $\bar{x} = 26,1545\dots$

$y = 105,1114 + 2,4671(26,1545)$

$= 169,64$

$= \bar{y}$

$\therefore (\bar{x}; \bar{y})$ lê op die bespassende lyn <

5.4 Die korrelasie koëffisiënt, $r \approx 0,7 <$

5.5 Redelike sterk positiewe korrelasie <

6.1.1 $\frac{1}{\cos 50^\circ}$

$= \frac{1}{\sin 40^\circ}$

$= \frac{1}{k} <$

6.1.2 $\sin 80^\circ$

$= \sin 2(40^\circ)$

$= 2 \sin 40^\circ \cdot \cos 40^\circ$

$= 2k(\sqrt{1-k^2}) <$

6.1.3 $\cos 20^\circ$

$= \cos(60^\circ - 40^\circ)$

$= \cos 60^\circ \cdot \cos 40^\circ + \sin 60^\circ \sin 40^\circ$

$= \frac{1}{2}(\sqrt{1-k^2}) + \frac{\sqrt{3}}{2}(k) <$

6.2 $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$

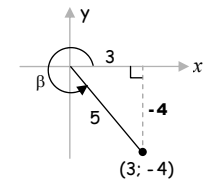
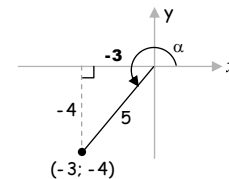
& $0^\circ < \alpha < 270^\circ$

$\therefore \alpha$ in 3^{de} kwad.

$\cos \beta = \frac{3}{5}$

& $\beta > 90^\circ$

$\therefore \beta$ in 4^{de} kwad.



$$\begin{aligned}\sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ &= \left(-\frac{4}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right) - \left(\frac{-3}{5}\right)\left(\frac{-4}{5}\right) \\ &= -\frac{12}{25} - \frac{12}{25} \\ &= -\frac{24}{25} \quad \blacktriangleleft\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6.3 \quad \text{Uitdrukking} &= \frac{\cos x \cdot \cos x}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} \\ &= \frac{\cos^2 x}{1 - \sin^2 x} \\ &= \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6.4 \quad & \frac{(\cos 30^\circ) \cdot (-\cos 20^\circ)}{(\tan 45^\circ)(-\sin 30^\circ)(-\sin 70^\circ)} \\ &= -\frac{(\cos 30^\circ)}{(\tan 45^\circ)(\sin 30^\circ)} \quad \dots \cos 20^\circ = \sin 70^\circ \\ &= \frac{-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{(1)\left(\frac{1}{2}\right)} \times \frac{2}{2} \\ &= -\sqrt{3} \quad \blacktriangleleft \end{aligned}$$

6.5.1 $\tan \alpha = \pm 1$
 $\therefore \alpha = 45^\circ$ of 135° <

6.5.2 $\frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = 1$

$\therefore \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = 1$

$\therefore \tan 2\alpha = 1$

$\therefore 2\alpha = 45^\circ \text{ of } 225^\circ \quad \alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$

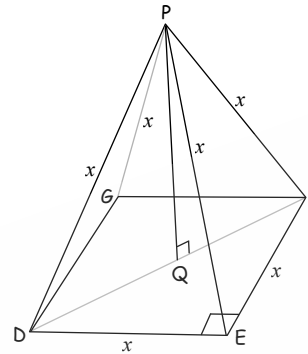
$\therefore \alpha = 22.5^\circ \text{ of } 112.5^\circ < \dots \Rightarrow 2\alpha \in [0^\circ; 360^\circ]$

$$\begin{aligned} 6.6 \quad & 2[\cos x \cdot \cos 30^\circ - \sin x \cdot \sin 30^\circ] = (\sqrt{3} - 1) \sin x \\ \therefore & 2\left[\cos x\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \sin x\left(\frac{1}{2}\right)\right] = \sqrt{3} \sin x - \sin x \\ \therefore & \sqrt{3} \cos x - \sin x = \sqrt{3} \sin x - \sin x \\ \div \sqrt{3} \cos x) \quad & \therefore \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sin x}{\cos x} \\ \therefore & \tan x = 1 \end{aligned}$$

$$\therefore x = 45^\circ + k \cdot 180^\circ; k \in \mathbb{Z} \quad \blacktriangleleft$$

$$\begin{aligned} 7. \quad (\text{DF})^2 &= x^2 + x^2 \quad \dots \text{Pythagoras} \\ &= 2x^2 \\ \therefore \text{DF} &= \sqrt{2x^2} = \sqrt{2}x \\ \therefore \text{DQ} &= \frac{1}{2}\sqrt{2}x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore (PQ)^2 &= x^2 - \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}x\right)^2 \\ &= x^2 - \frac{2x^2}{4} \\ &= \frac{1}{2}x^2 \\ \therefore PQ &= \frac{x}{\sqrt{2}} \left(\times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) \\ &= \frac{\sqrt{2}x}{2} \text{ eenheden} \end{aligned}$$



8.1.1 **waar** < ... *raaklyn (PQ)-koord (QV) stelling*

8.1.2 **vals** < ... *onderspan deur verskillende boë*

8.1.3 **waar** < ... *buite $\angle$ van koordevierhoek $VRST$*

8.1.4 **waar** < ... *almal punte op die omtrek van $\odot$*

8.1.5 ***vals** < ... *dit word nie gegee dat QS 'n middellyn is nie*
**[Dit sal waar wees as QS 'n middellyn is.]*

8.1.6 **vals** < ... *nie teenoorst. $\angle$ van 'n koordevierhoek nie*

8.2 $\hat{Q} = 60^\circ$... teenoorst. $\angle^e$ van koordevierhoek
 In $\triangle PQR$: $(PR)^2 = (5)^2 + (8)^2 - 2(5)(8) \cdot \cos 60^\circ$
 $\therefore PR = 7$ eenhede $\blacktriangleleft$

9.1 Bewys: $\hat{B}_1 = \hat{D}$

Konstrueer:
Middellyn FB en
trek FC

Bewys:

$$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 90^\circ \quad \dots \text{ raaklyn } \perp \text{ middellyn}$$

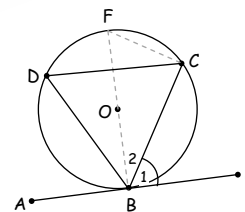
$$\hat{F}\hat{C}\hat{B} = 90^\circ \quad \dots \angle \text{ in semi-}\odot$$

$$\hat{F} + \hat{B}_2 = 90^\circ \quad \dots \text{binne } \angle^e \text{ van } \triangle FBC$$

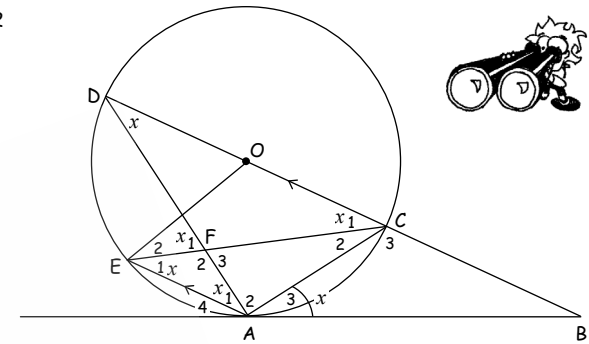
$$\therefore \hat{B}_1 = \hat{F}$$

maar $\hat{F} = \hat{D} \dots \angle^e$ in *diesel*fde segment

$$\therefore \hat{B}_1 = \hat{D} \prec$$



9.2



9.2.1 $\hat{A}_1 = x \blacktriangleleft \dots$ verwisselende $\angle^e$; $AE \parallel BD$
 $\hat{E}_1 = x \blacktriangleleft \dots$ $\angle^e$ in dieselfde segment (soos $\hat{D}$)
 $\hat{C}_1 = \hat{A}_1 = x \blacktriangleleft \dots$ verwisselende $\angle^e$; $AE \parallel BD$
 $\hat{E}_2 = \hat{C}_1 = x \blacktriangleleft \dots$ $\angle$ teenoor. = sye - radiusse
 $\hat{A}_3 = \hat{D} = x \blacktriangleleft \dots$ raaklyn-koord stelling

9.2.2 Moet bewys: $\hat{C}_2 = \hat{B}$
 & pas dan die omgekeerde van
 die raaklyn-koord stelling toe.

$\hat{C}_2 = \hat{A}_4$... raaklyn-koord stelling
 $= \hat{B}$... ooreenkomstige $\angle^e$; $AE \parallel BD$

$\therefore EC$ is 'n raaklyn aan die sirkel wat deur A , B
 en C gaan < ... omgekeerde van raaklyn-koord stelling

10.1 Bewys: $\triangle ABC \parallel \triangle DEF$

Konstruksie:

Merk $AP = DE$ & $AQ = DF$ met
P & Q op AB en AC. Verbind PQ.

Bewys: In $\triangle APQ$ en $\triangle DEF$

$AP = DE \quad \dots$ *konstruksie*

$$\hat{A} = \hat{D} \quad \dots \text{gegeee}$$

AQ = DF ... konstruksie

$$\therefore \triangle APQ \equiv \triangle DEF \quad \dots S\angle S$$

$$\therefore \hat{APQ} = \hat{E}$$

$$\therefore \hat{A}PQ = \hat{B} \quad \dots \quad \hat{E} = \hat{B}$$

$$\therefore PQ \parallel BC \quad \dots \text{ooreenkomstige } \angle^e \text{ gelyk}$$

$$\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} \quad \dots \text{ eweredigheidstelling}$$

Maar $AP = DE$ en $AQ = DF$

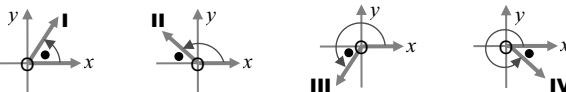
$$\therefore \frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC}$$

TRIG OPSOMMING (Graad 12)

► HOEKE IN STANDAARDPOSISIES

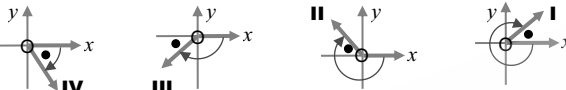
• Positiewe $\angle^e$

(antiklokgewys van 0° tot 360°):

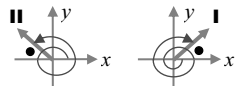


• Negatiewe $\angle^e$

(klokgewys van 0° tot -360°):



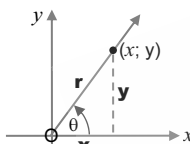
Ook moontlik:



► DIE VERHOUDINGS

& hulle

• Definisies:



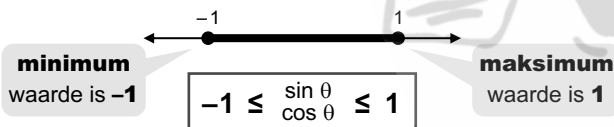
• Tekens:

$\sin \theta$ is positief in **I** & **II**
 $\cos \theta$ is positief in **I** & **IV**
 $\tan \theta$ is positief in **I** & **III**

• Kritieke waardes:

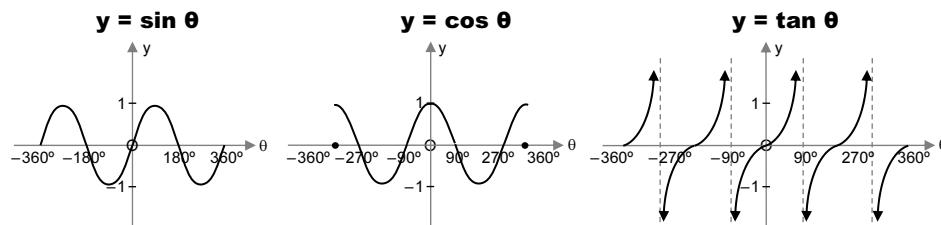
• Minimum & Maksimum waardes van $\sin \theta$ & $\cos \theta$:

Die waardes van $\sin \theta$ & $\cos \theta$ strek van -1 tot 1 .



Alle waardes is **egte breuke** of 0 of ± 1 .

• Grafieke:



► IDENTITEITE

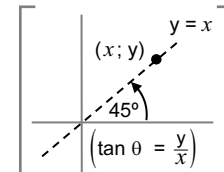
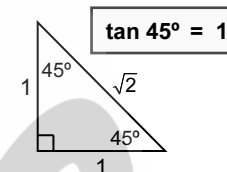
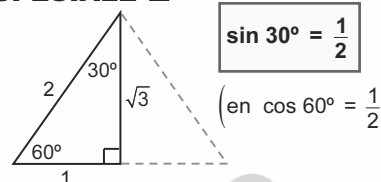
$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

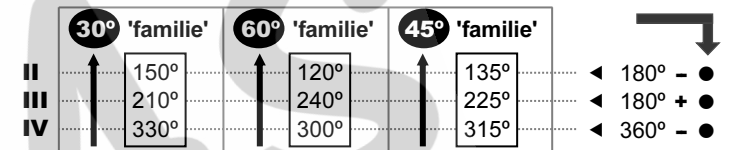
$$\therefore \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\& \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

► SPESIALE $\angle^e$



& hul 'families':



► ALGEMENE VORME

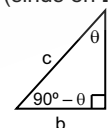
$$\text{ENIGE verhouding } \left(\begin{matrix} 180^\circ \pm \theta \\ 360^\circ - \theta \\ -\theta \end{matrix} \right) = \pm \text{ daardie SELFDE verhouding van } \theta$$

► KO-VERHOUDINGS (sinus en kosinus)

• $90^\circ - \theta$ ('n skerphoek)

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

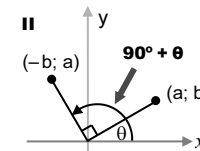
$$\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$



• $90^\circ + \theta$ ('n stomphoek)

$$\sin(90^\circ + \theta) = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ + \theta) = -\sin \theta$$



Die verhouding **VERANDER** na die **KO**-verhouding.

► OPLOSSING VAN Δ^e

In **Reghoekige** Δ^e , gebruik ons:

- Gewone trig. verhoudings
- die Stelling van Pythagoras
- Oppv. = $\frac{1}{2}bh$

In **Nie-Reghoekige** Δ^e , gebruik ons:

• Sinusreël:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

• Kosinusreël:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

• Oppervlaktereël:

$$\text{OPP.V.} = \frac{1}{2}ab \sin C$$

Maar ook: Oppv. van $\Delta = \frac{1}{2}bh$

► SAAMGESTELDE $\angle^e$

- $\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$
- $\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$

► DUBBEL $\angle^e$

- $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
 $= 1 - 2 \sin^2 x$
 $= 2 \cos^2 x - 1$