



OU VRAESTELLE 'TOOLKIT'

Wiskunde

AMPTELIKE DBE/IEB VRAESTELLE &
MEMO'S

Anne Eadie, Gretel Lampe, Jenny Campbell & Susan Carletti

GRAAD

12

KABV



Graad 12 **Wiskunde** Ou Vraestelle “Toolkit”

AMPTELIKE DBE/IEB VRAESTELLE & MEMO'S

Hierdie bekostigbare produk, wat teorie insluit en oefening bied, is ideaal vir ‘afstands’-eksamenvoorbereiding vir matrieks, veral tydens die huidige landswye, baie uitdagende tyd as gevolg van die verlies aan onderrig en leer.

Die inhoud is **OP-DATUM** en relevant, en daarom is hierdie publikasie voorwaar ’n ‘TOOLKIT’ wat onder andere die volgende materiaal insluit:

DBO en IEB Nov Vraestel 1 & Vraestel 2 Eksamens

- **DBE** (2014 – 2020) & **IEB** (2017 – 2020) met **omvattende oplossings** vir alle vraestelle
- **ONDERWERPGIDSE** wat dit moontlik maak om vrae uit **afsonderlike onderwerpe** te kies, asook meer **uitdagende vrae** uit die bogenoemde eksamenvraestelle, wat dus met DBO Diagnostiese Verslae sedert 2014, verband hou.

Ondersteunende, noodsaaklike dokumente & uiters

doeltreffende opsommings

- kurrikulum
- kognitiewe vlakke
- herinnerings vir toets- & eksamenvoorbereidings
- alle eksamineerbare bewyse
- opsommings rakende vierhoeke, sirkelmeetkunde, analitiese meetkunde, konkawiteit
- stellings & aanvaarbare redes • formules • sakrekenaarinstruksies

Hoe leerders hul eksamentegniek kan verbeter:

- voltooi ’n paar van die vraestelle onder eksamentoestande
- raak gewoonnd daaraan om vir die volle tydperk van 3 ure te konsentreer
- leer om eers ’n paar keer deur die vraestel te werk en die roetinevrae te beantwoord, en dan na die meer uitdagende vrae, wat langer neem, terug te keer en
- pak dan laastens, wanneer alles anders voltooi is, die vrae aan wat meer tyd en aandag vereis

Goeie eksamentegniek maak ’n groot verskil aan enigiemand se vermoë om, onder druk, topgehalte werk te lewer, en The Answer Series Graad 12 Ou Vraestelle ‘Toolkit’ maak sonder twyfel die speelveld gelyk, en verseker só dat elkeen sukses kan behaal.



Wiskunde

OU VRAESTELLE 'TOOLKIT'

Anne Eadie, Gretel Lampe, Jenny Campbell & Susan Carletti

Ook beskikbaar

GRAAD 12 WISKUNDE 2-IN-1

- 1 Vrae in Onderwerpe
- 2 Eksamenvraestelle
- 3 'n Afdeling, met uitdagende Vlak 3 & 4 vrae

Volledige oplossings word deurgaans verskaf

HIERDIE OU VRAESTELLE 'TOOLKIT' SLUIT IN

- DBO & IEB Eksamenvraestelle
- Omvattende oplossings vir alle vraestelle – nie vanaf die amptelike memorandums nie, maar saamgestel deur ons eie skrywers
- Ondersteunende, noodsaaklike dokumente & kort en kragtige opsommings

E-boek
beskikbaar 

Kopiereg

Hierdie publikasie, of deel daarvan, mag op geen manier gereproduseer of oorgedra word sonder die skriftelike toestemming van die uitgewer nie. Dit sluit elektroniese of meganiese, insluitende fotokopiëring, opnames, of enige stelsel van inligtingsbewaring en -herwinning in.



INHOUD: Gr 12 Eksamens vir DBO & IEB

Die Eksamen

Besliste pad na sukses in Matriekwiskunde

Belangrike Raad aan Matrikulante

Die Kurrikulum (KABV): Oorsig van Onderwerpe

Nuttige Onthounotas



Eksamen Memo

DBO Vraestel 1 Onderwerpgids

1

DBO Vraestel 2 Onderwerpgids

2

DBO November 2014 Vraestel 1

3

A1

DBO November 2014 Vraestel 2

5

A5

DBO November 2015 Vraestel 1

9

A9

DBO November 2015 Vraestel 2

11

A15

DBO November 2016 Vraestel 1

14

A20

DBO November 2016 Vraestel 2

16

A26

DBO November 2017 Vraestel 1

19

A30

DBO November 2017 Vraestel 2

21

A35

DBO November 2018 Vraestel 1

24

A43

DBO November 2018 Vraestel 2

26

A47

DBO November 2019 Vraestel 1

29

A51

DBO November 2019 Vraestel 2

31

A56

DBO November 2020 Vraestel 1

34

A59

DBO November 2020 Vraestel 2

36

A64

LET WEL:

Die vrae gemerk met 'n sterretjie (*) is

Vlak 3 & 4 vrae –

geïdentifiseer as dié waarmee die leerders in die eksamen gesukkel het!



Eksamen Memo

IEB Vraestel 1 Onderwerpgids

39

IEB Vraestel 2 Onderwerpgids

40

IEB November 2017 Vraestel 1

41

A68

IEB November 2017 Vraestel 2

44

A70

IEB November 2018 Vraestel 1

47

A73

IEB November 2018 Vraestel 2

49

A76

IEB November 2019 Vraestel 1

52

A79

IEB November 2019 Vraestel 2

55

A82

IEB November 2020 Vraestel 1

59

A85

IEB November 2020 Vraestel 2

62

A89

1. Boekwerk: Eksamineerbare Bewyse

i

2. Trig Opsomming

vii

3. Vierhoeke – definisies, oppervlaktes & eienskappe

viii

4. Konkawiteit & Die Buigpunt

ix

5. Analitiese Meetkunde 'Toolkit'

xi

6. Groepering van Sirkelmeetkunde Stellings

xiii

7. Stellings & Aanvaarbare Redes

xiv

8. Sakrekenaarinstruksies

xvii

9. DBO/IEB Formule-/Inligtingsblad

xviii



Ons is dankbaar dat die Departement van Basiese Onderwys en die IEB toestemming gegee het dat ons hierdie eksamen vraestelle kon insluit.

NUTTIGE ONTHOUDNOTAS

'n Nuttige verwysing vir wat jy voor 'n toets of eksamen moet leer



VRAESTEL 1

Lineêre & Kwadratiese Vergelykings

Los op met behulp van ...

- Faktoriserings
- Substitusie of die k-metode

Kwadratiese formule: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$



Aard van wortels

- Gebruik Δ (die diskriminant) om wortels te klassifiseer: $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, waar $\Delta = b^2 - 4ac$

Gelyktydige Vergelykings

Lineêre & Kwadratiese Ongelykhede

- Getalleglyne
- Interval- en ongelykheidsnotasie

Breuke

- Noemers en/of tellers moet dalk gefaktoriseer word
- Wees op die uitkyk vir nul-noemers & ongeldige oplossings



Eksponente & Wortelvorme & Logs

- Eksponent-, Wortelvorm- en Logwette
- Wortelvormvergelykings moet gekontroleer word vir ontoepaslike antwoorde
- Logs ... Definisie: $x = b^a \Leftrightarrow \log_b x = a$
- Los logvergelykings en ongelykhede op met behulp van grafieke



Patrone & Rye

Sien Somformules op bl. i



Lineêre patrone (**RRe**): $T_n = an + b$ of $T_n = a + (n-1)d$ & $S_n = \frac{n}{2}(a + T_n)$;

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

dink + en - vir **RRe**

- konstante eerste verskil: $d = T_n - T_{n-1}$... Def: $T_2 - T_1 = T_3 - T_2$

Eksponensiële Patrone (**MRe**): $T_n = ar^{n-1}$ & $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$; $S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$;

- Som tot oneindigend: $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ vir $-1 < r < 1$

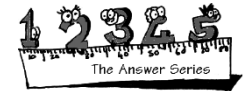
dink x en ÷ vir **MRe**

- konstante verhouding: $r = \frac{T_n}{T_{n-1}}$... Def: $\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$

Kwadratiese Patrone: $T_n = an^2 + bn + c$

- konstante tweede verskil:

Sigma: $\sum_{k=1}^n T_k = S_n$... Let wel: $T_n = S_n - S_{n-1}$



Finansies

Enkelvoudige Rente Groei & Verval

$$A = P(1 \pm in)$$

- Toepassing van ER-groei wat huurkoop insluit: Bepaal rentekoers, aantal jare of aanvangsbedrag
- Enkelvoudige Renteverval = Reguitlyn Waardevermindering



Saamgestelde Rente Groei & Verval

$$A = P(1 \pm i)^n$$

- Toepassings wat inflasie, bevolkingsgroei, wisselkoerse insluit
- Bepaal P, i, of n (deur logs te gebruik)
- Die effek van verskillende samestellingsintervalle
- Saamgestelde Renteverval = Waardevermindering op 'n Verminderende-saldo

Effektiewe en Nominale Rentekoerse

Herlei gemaklik tussen **nominale** en **effektiewe** rentekoerse vir: maandelikse, kwartaallikse, halfjaarlikse samestellingstydperke

Tydlyne

Annuïteite

Huidige Waarde Annuïteit: $P_v = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$

&

Toekomstige Waarde Annuïteit: $F_v = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$

... waar betaling 1 tydperk vanaf die hede in aanvang neem en by n eindig.

- Rente moet teen dieselfde koers as die betalings saamgestel word
- Bereken die waarde van enige van die veranderlikes in die formules hierbo, behalwe i
- Wees op die uitkyk vir uitgestelde betalings, vroeë betalings of betalings wat oorgeslaan is
- Rente
- Uitstaande saldo



DBO V1: ONDERWERPGIDS	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
► Algebra: [25]							
Kwadratiese vergelykings & teorie	1.1.1, 1.1.2, 1.4	1.1.1, 1.1.2, 1.3*	1.1.1, 1.1.2, 1.2.1	1.1.1, 1.1.2	1.1.1, 1.1.2	1.1.1, 1.1.2	1.1.1, 1.1.2
Kwadratiese ongelykhede	1.3	1.1.5	1.2.2	1.3.1	1.1.3	1.1.3	1.1.3,
Gelyktydige vergelykings	1.2	1.2*	1.3	1.2	1.2	1.2	1.2
Uitdrukkings							
► Eksponente:							
Uitdrukkings					1.3*		
Vergelykings & Ongelykhede	1.1.3	1.1.3	1.1.4			1.3*	1.3*
► Wortelvorme:							
Uitdrukkings							
Vergelykings		1.1.4	1.1.3	1.1.3	1.1.4	1.1.4	1.1.4
► Logs (Toepassing)							
► Patrone & Rye: [25]							
Kwadraties	3.1		3.1*	2.1		2.1	2.2
Rekenkundig	2.1, 2.2, 2.4, 2.5	3.1 – 3.3, 3.4*	2.1 – 2.3, 2.4*	2.2			2.1
Meetkundig	3.2	2.1 – 2.4	3.2*		3.1, 3.2	2.2	11.3*
Σ	2.3			3*	3.3, 3.4*	3.1*	3.1, 3.2*
Gemeng / Algemeen	3.3				2.1 – 2.3	3.2	
► Finansies, Groei & Verval: [15]							
Enkelv. & saamgest. groei & verval	7.1	7.1 – 7.3		6.1		6.1	6.2
Annuïteite	7.2	7.4*	7.1 – 7.3, 7.4*	6.2*	7.2	6.2	6.1, 6.3*
Tydlyne					7.1*		
► Funksies & Grafieke: [35]				1.3*, 4.1 – 4.4, 4.5*, 4.6, 4.7*	6.1 – 6.3, 6.4*, 6.6*		
Reguitlyn en/of parabool		5.1, 6.1.1 – 6.1.3					
Hiperbool	4	6.2			5.1 – 5.3,		4.1
Eksponensiële & logfunksie (insl. Inverse)	5	4.1 – 4.3, 5.2*, 5.3, 5.4	4.1 – 4.4, 4.5*				
Inverse funksies					4.1 – 4.3, 4.4*	5.1 – 5.3, 5.4*, 5.5*	5.1, 5.2, 5.3*, 5.4*, 5.5
Gemeng	6*	5.5*	5.1, 5.2*, 5.3, 5.4*, 5.5*, 6.1, 6.2, 6.3*, 6.4	5.1 – 5.5, 5.6*		4.1 – 4.6, 4.7*	4.2
► Differensiaalreken: [35]							
Bepaal die afgeleide: 1 ^{ste} beginsels	8.1	8.1	8.1, 8.2*	7.1	8.1	7.1	7.1
Bepaal die afgeleide: met behulp van die reëls	8.2, 8.3	8.2	8.3	7.2	8.2	7.2, 7.3	7.2, 8.4
(of) Bepaal die gemiddelde gradiënt		9.2					
Raaklyn: die gradiënt & die vergelyking		9.5*	8.4*			7.4*	
Skets van kurwes & f'' & konkawiteit	8.4, 9.1 – 9.3	5.6*, 6.1.4, 9.1, 9.3*, 9.4*	5.6*, 9.1, (9.2 – 9.4)*	8*	5.4*, 6.5*, 9.1*, 9.2	9.1, 9.2*, 9.3, 9.4*	8.1, 8.2, 8.3*
Praktiese toepassing (insl. maks./min.)	10*	10*	1.2.3, 10.1, 10.2*, 10.3*	9*	10*	8.1, 8.2*, 8.3	8.5*, 9.1*, 9.2*
► Waarskynlikheid: [15]							
Waarskynlikheidsreëls		11.1			12.1		
Venn-diagramme				10.1, 10.2*, 10.3*		11.1*	
Boomdiagramme		11.3*			12.2*		11.1*, 11.2
2-rigting Gebeurlikheidstabelle	11*		11.1, 11.2*, 11.3				
Basiese Telbeginsel	12*	11.2*	12*	11*	11*	10*, 11.2	10*



Vrae gemerk met 'n sterretjie (*) is **Vlak 3 & 4**/Uitdagende Vrae.



DBO NOV 2015 VRAESTEL 1

Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik in die beantwoording van die vrae, duidelik aan.

Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.

Jy kan 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nie-programmeerbaar en nie-grafies), tensy anders vermeld.

Indien nodig, rond antwoorde tot **TWEE** desimale plekke af, tensy anders vermeld.

► ALGEBRA EN VERGELYKINGS EN ONGELYKHEDE [26]

VRAAG 1

Antwoorde op bl. A9

1.1 Los op vir x :

$$1.1.1 \quad x^2 - 9x + 20 = 0 \quad (3)$$

$$1.1.2 \quad 3x^2 + 5x = 4 \text{ (korrek tot TWEE desimale plekke)} \quad (4)$$

$$1.1.3 \quad 2x^{\frac{-5}{3}} = 64 \quad \dots \text{ Geen sakrekenaar!} \quad (4)$$

$$1.1.4 \quad \sqrt{2-x} = x-2 \quad (4)$$

$$1.1.5 \quad x^2 + 7x < 0 \quad (3)$$

1.2* Gegee: $(3x - y)^2 + (x - 5)^2 = 0$

Los op vir x en y . (4)

1.3* Vir watter waarde(s) van k sal die vergelyking

$$x^2 + x = k \text{ geen reële wortels hê nie?} \quad (4) \text{ [26]}$$

► PATRONE EN RYE [22]

VRAAG 2

... Meetkundige Ry

Antwoorde op bl. A9

Die volgende meetkundige ry word gegee:

10; 5; 2,5; 1,25; ...

2.1 Bereken die waarde van die 5^{de} term, T_5 , van hierdie ry. (2)

2.2 Bepaal die n^{de} term, T_n , in terme van n . (2)

2.3 Verduidelik hoe jy weet dat die oneindige reeks $10 + 5 + 2,5 + 1,25 + \dots$ konvergeer. (2)

2.4 Bepaal $S_\infty - S_n$ in die vorm ab^n , waar S_n die som van die eerste n terme van die ry is. (4) [10]

VRAAG 3

Antwoorde op bl. A10

Beskou die reeks: $S_n = -3 + 5 + 13 + 21 + \dots$ tot n terme.

3.1 Bepaal die algemene term van die reeks in die vorm $T_k = bk + c$. (2)

3.2 Skryf S_n in sigma-notasie. (2)

3.3 Toon aan dat $S_n = 4n^2 - 7n$. (3)

3.4* 'n Ander ry word gedefinieer as:

$$Q_1 = -6$$

$$Q_2 = -6 - 3$$

$$Q_3 = -6 - 3 + 5$$

$$Q_4 = -6 - 3 + 5 + 13$$

$$Q_5 = -6 - 3 + 5 + 13 + 21$$

3.4.1 Skryf 'n numeriese uitdrukking vir Q_6 neer. (2)

3.4.2 Bereken die waarde van Q_{129} . (3) [12]

► FUNKSIES EN GRAFIEKE [37]

VRAAG 4

Antwoorde op bl. A10

Gegee: $f(x) = 2^{x+1} - 8$

4.1 Skryf die vergelyking van die asimptoot van f neer. (1)

4.2 Skets die grafiek van f . Dui ALLE afsnitte met die asse asook die asimptoot duidelik aan. (4)

4.3 Die grafiek van g word verkry deur die grafiek van f in die y -as te reflekteer. Skryf die vergelyking van g neer. (1) [6]

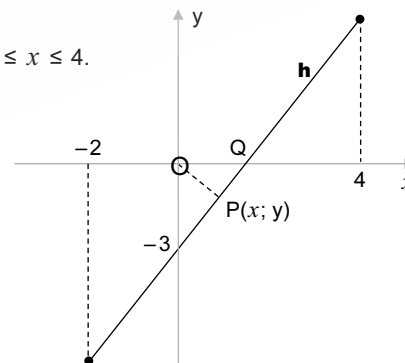
VRAAG 5

Antwoorde op bl. A10

Gegee:

$$h(x) = 2x - 3 \text{ vir } -2 \leq x \leq 4.$$

Die x -afsnit van h is by Q .



5.1 Bepaal die koördinate van Q . (2)

5.2* Skryf die definisieversameling van h^{-1} neer. (3)

5.3 Skets die grafiek van h^{-1} , en dui die y -afsnit en die eindpunte duidelik aan. (3)

5.4 Vir watter waarde(s) van x sal $h(x) = h^{-1}(x)$? (3)

5.5* $P(x; y)$ is die punt op die grafiek van h wat die naaste aan die oorsprong is. Bereken die afstand OP . (5)

5.6* Gegee: $h(x) = f'(x)$ waar f 'n funksie is wat vir $-2 \leq x \leq 4$ gedefinieer is.

5.6.1 Verduidelik waarom f 'n lokale minimum het. (2)

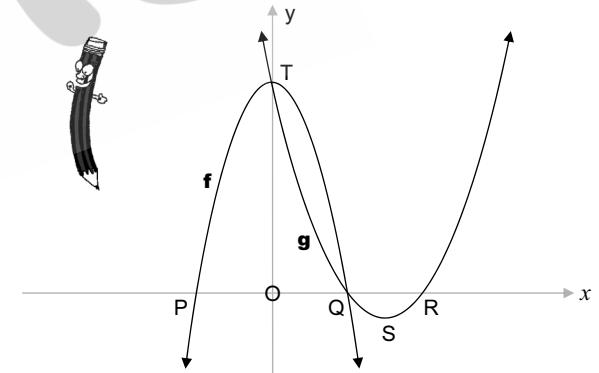
5.6.2 Skryf die waarde van die maksimum gradiënt van die raaklyn aan die grafiek van f neer. (1) [19]

VRAAG 6

Antwoorde op bl. A11

6.1 Die grafieke van $f(x) = -2x^2 + 18$ en $g(x) = ax^2 + bx + c$ is hieronder geskets.

Punte P en Q is die x -afsnitte van f . Punte Q en R is die x -afsnitte van g . S is die draaipunt van g . T is die y -afsnit van beide f en g .



6.1.1 Skryf die koördinate van T neer. (1)

6.1.2 Bepaal die koördinate van Q . (3)

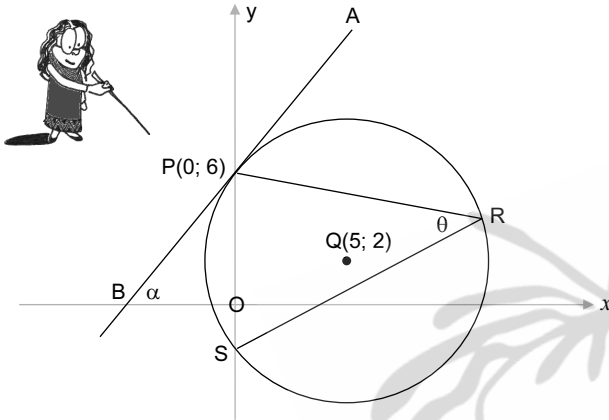
6.1.3 Bepaal die koördinate van R , as dit gegee word dat $x = 4,5$ by S . (2)

6.1.4 Bepaal die waarde(s) vir x waarvoor $g''(x) > 0$. (2)

VRAAG 4

Antwoorde op bl. A17

In die diagram hieronder is $Q(5; 2)$ die middelpunt van 'n sirkel wat die y -as by $P(0; 6)$ en S sny. Die raaklyn APB by P sny die x -as by B en vorm die hoek α met die positiewe x -as. R is 'n punt op die sirkel en $\widehat{PRS} = \theta$.



- 4.1 Bepaal die vergelyking van die sirkel in die vorm $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$. (3)
- 4.2 Bereken die koördinate van S . (3)
- 4.3 Bepaal die vergelyking van die raaklyn APB in die vorm $y = mx + c$. (4)
- 4.4 Bereken die grootte van α . (2)
- 4.5 Bereken, met redes, die grootte van θ . (4)
- 4.6 Bereken die oppervlakte van $\triangle PQS$. (4) [20]

► **TRIGONOMETRIE [42]**

Voel jy effe verroes en verward?
Verwys na die Trig Opsomming op bl. vii.

VRAAG 5

Antwoorde op bl. A17

- 5.1 Gegee dat $\sin 23^\circ = \sqrt{k}$, bepaal, in die eenvoudigste vorm, die waarde van elk van die volgende in terme van k , SONDER om 'n sakrekenaar te gebruik:
 - 5.1.1 $\sin 203^\circ$ (2)
 - 5.1.2 $\cos 23^\circ$ (3)
 - 5.1.3 $\tan(-23^\circ)$ (2)



Het jy hulp nodig - gaan na bl. v & vi om Saamgestelde en Dubbelhoekformules onder die knie te kry.

- 5.2* Vereenvoudig die volgende uitdrukking tot 'n enkele trigonometriese funksie:

$$\frac{4 \cos(-x) \cdot \cos(90^\circ + x)}{\sin(30^\circ - x) \cdot \cos x + \cos(30^\circ - x) \cdot \sin x} \quad (6)$$

- 5.3 Bepaal die algemene oplossing van $\cos 2x - 7 \cos x - 3 = 0$. (6)

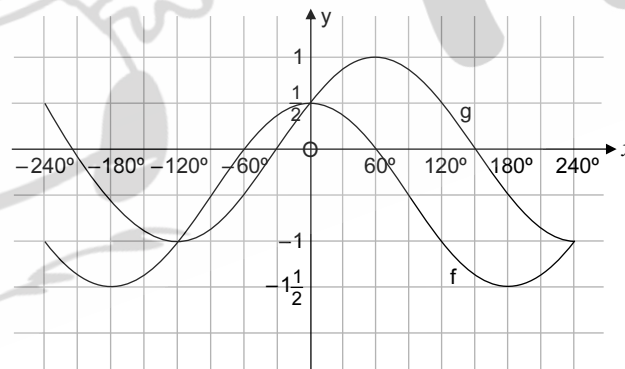
- 5.4* Gegee dat $\sin \theta = \frac{1}{3}$, bereken die numeriese waarde van $\sin 3\theta$, SONDER om 'n sakrekenaar te gebruik. (5) [24]

VRAAG 6

Antwoorde op bl. A18

In die diagram hieronder is die grafieke van $f(x) = \cos x + q$ en $g(x) = \sin(x + p)$ op dieselfde assstelsel vir $-240^\circ \leq x \leq 240^\circ$.

Die grafieke sny by $(0^\circ; \frac{1}{2})$, $(-120^\circ; -1)$ en $(240^\circ; -1)$.



- 6.1 Bepaal die waardes van p en q . (4)
- 6.2 Bepaal die waardes van x in die interval $-240^\circ \leq x \leq 240^\circ$ waarvoor $f(x) > g(x)$. (2)
- 6.3* Beskryf 'n transformasie wat die grafiek van g moet ondergaan om die grafiek van h , waar $h(x) = -\cos x$ te vorm. (2) [8]

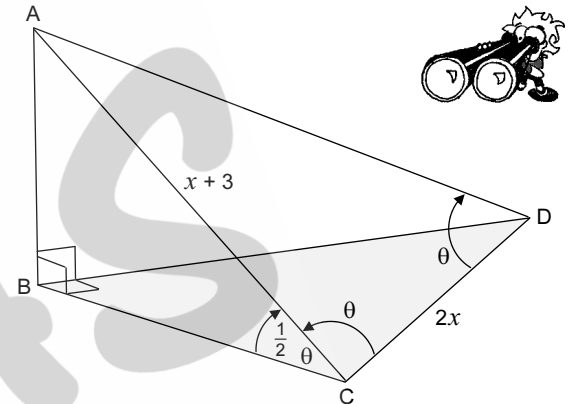
VRAAG 7*

Antwoorde op bl. A18

'n Hoek van 'n reghoekige blok hout word afgesny en in die diagram hieronder getoon.

Die skuinsvlak, dit is $\triangle ACD$, is 'n gelykbenige driehoek met $\widehat{ADC} = \widehat{ACD} = \theta$.

Verder is $\widehat{ACB} = \frac{1}{2}\theta$, $AC = x + 3$ en $CD = 2x$.



- 7.1 Bepaal 'n uitdrukking vir $\widehat{CAD}$ in terme van θ . (1)
- 7.2 Bewys dat $\cos \theta = \frac{x}{x+3}$. (4)
- 7.3 As gegee word dat $x = 2$, bereken AB , die hoogte van die stuk hout. (5) [10]

Jou hulpmiddels ...

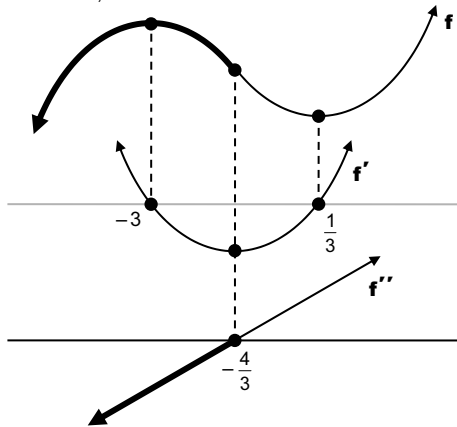
REGHOEKIGE $\triangle^E$	NIE-REGHOEKIGE $\triangle^E$
① Gewone trig verhoudings	① Sinusreël
② Stelling van Pythagoras	② Kosinusreël

Ook: Oppervlakte van 'n $\triangle = \frac{1}{2}bh$ of $\frac{1}{2}ab \sin C$

Sien die Vraestel 2 Onderwerpgids (op bl. 2 & 40) om meer voorbeelde te kies en te oefen.

Sien ook ons **Gr 12 Wiskunde 2-in-1** studiegids om 'n paar Uitdagende Vrae in die **UITGEBREIDE AFDELING** (bl. 26 – 28) te probeer.



9.1 Sketse van f , f' en f'' :By die stasionêre punte van f :

$$\begin{aligned} f'(x) = 0 &\Rightarrow 3x^2 + 8x - 3 = 0 \\ \therefore (3x - 1)(x + 3) &= 0 \\ \therefore x = \frac{1}{3} &\text{ of } -3 < \end{aligned}$$

9.2 By die buigpunt:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 \\ \therefore 6x + 8 &= 0 \\ \therefore 6x &= -8 \\ \therefore x &= -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

 f is konkaf afwaarts vir $x < -\frac{4}{3}$ Sien die
skets van
 f en f'' .OF: x is halfpad tussen $\frac{1}{3}$ & -3

$$\begin{aligned} \therefore x &= \frac{\frac{1}{3} + (-3)}{2} \\ &= \frac{-\frac{2}{3}}{2} \\ &= -\frac{1}{3} < \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{OF: } f''(x) &< 0 \\ \therefore 6x + 8 &< 0 \\ \therefore 6x &< -8 \\ \therefore x &< -\frac{4}{3} < \end{aligned}$$

9.3 f streng stygend $\Rightarrow f'(x) > 0$

$$\therefore x < -3 \text{ of } x > \frac{1}{3} \dots$$

Sien die sketse
van f en f' .

$$\begin{aligned} \text{OF: } 3x^2 + 8x - 3 &< 0 \\ \therefore (3x - 1)(x + 3) &< 0 \\ f'(x): &\quad + \quad - \quad + \\ (x): &\quad \leftarrow \quad -3 \quad \quad \frac{1}{3} \quad \rightarrow \\ \therefore x &< -3 \text{ of } x > \frac{1}{3} < \end{aligned}$$

9.4 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$$\therefore f(0) = -18 \Rightarrow d = -18$$

$$\& f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$\text{Maar, } f'(x) = 3x^2 + 8x - 3 \dots \text{gegees}$$

$$\begin{aligned} \therefore 3a &= 3 & ; & \quad 2b = 8 & ; & \quad c = -3 \\ \therefore a &= 1 & & \quad b = 4 & & \end{aligned}$$

$$\therefore f(x) = x^3 + 4x^2 - 3x - 18 <$$

10. Lees die inligting baie noukeurig, sodat jy weet dat:

 $M(t)$ = die **getal molekules** na tyd van t ure& t = die **getal uur** nadat die medisyne gedrink is

$$M(t) = -t^3 + 3t^2 + 72t, \quad 0 < t < 10$$

10.1 Na **3 uur** ($t = 3$), is die **getal molekules**:

$$\begin{aligned} M(3) &= -3^3 + 3(3)^2 + 72(3) \\ &= -27 + 27 + 216 \\ &= 216 \text{ molekules } < \end{aligned}$$

10.2 Die **'tempo van verandering'** van $M(t)$ vs. t op tyd $t = 2$ is die afgeleide:

in teenstelling met die **'gemidd. tempo van verandering'**
wat $\frac{M(2) - M(0)}{2 - 0}$ sou wees **gedurende** die eerste 2 uur

$$M'(t) = -3t^2 + 6t + 72$$

$$\therefore M'(2) = -3(2)^2 + 6(2) + 72$$

$$= -12 + 12 + 72$$

$$= 72 \text{ molekules per uur } <$$

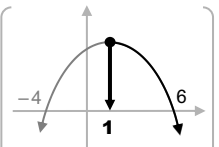
10.3 Die **tempo** waarby die getal molekules, $M(t)$,verander, is: $M'(t) = -3t^2 + 6t + 72$ $\dots$ 'n kwadratiese uitdrukking

& dit sal 'n maksimum wees by die draaipunt, d.w.s. wanneer

$$\begin{aligned} t = \frac{-b}{2a} &\text{ of } M''(t) = 0 \\ &= \frac{-6}{2(-3)} \quad \therefore -6t + 6t = 0 \\ &= 1 \quad \therefore -6t = -6t \end{aligned}$$

$$\therefore t = 1$$

$$\therefore \text{Na 1 uur } <$$



OF:

$$\begin{aligned} t &= \text{die gemidd.} \\ &\text{van } -4 \text{ \& } 6 \\ &= \frac{-4 + 6}{2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

► **WAARSKYNLIKHEID [13]**

11.

	HET IN EKSAMENTYD TV GEKYK	HET NIE IN EKSAMENTYD TV GEKYK NIE	TOTALE
Manlik	80	a = 20	100
Vroulik	48	12	60
Totaal	b = 128	32	160

$$11.1 \quad a = 100 - 80 = 20 <$$

$$\& \quad b = 80 + 48 \text{ of } 160 - 32 = 128 <$$

5.4.2 $f(x) = \sin(x + 10^\circ)$... sien hierbo

∴ Minimum waarde (van -1) indien

$$x + 10^\circ = 270^\circ + n(360^\circ)$$

$$\therefore x = 260^\circ + n(360^\circ)$$

∴ In die gegewe interval: $x = 260^\circ$ <

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1 \text{ vir alle } \theta;$$

$$\therefore \text{min. waarde} = -1$$

6.1 Die waardeversameling van f : $-2 \leq y \leq 0$ <

6.2 $90^\circ < x < 270^\circ$ <

$$\begin{aligned} 6.3 \quad PQ &= g(x) - f(x) \\ &= \cos 2x - (\sin x - 1) \\ &= 1 - 2\sin^2 x - \sin x + 1 \\ &= -2\sin^2 x - \sin x + 2 \end{aligned}$$

$$\text{Maksimum PQ indien } \sin x = -\frac{-1}{2(-2)} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore x = 180^\circ + 14,48^\circ \dots (III) \quad \text{Verwysings } \angle = 14,48^\circ$$

$$= 194,48^\circ$$

$$\text{of } x = 360^\circ - 14,48^\circ \dots (IV)$$

$$= 345,52^\circ$$

*PQ moet tussen
A & B lê, so jy kan nie
 $x = -14,48^\circ$ insluit nie*

7.1 In reghoekige $\triangle ADK$: $\frac{AK}{x} = \sin 60^\circ$

$$\therefore AK = x \sin 60^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}x}{2}$$

7.2 $\hat{K}\hat{C}\hat{F} = 120^\circ$ < ... $DE \parallel CF$ in ruit;
ko-binne $\angle^e$ is supplementêr

7.3 Die oppv. van $\triangle AKF = \frac{1}{2} AK \cdot KF \sin y$... ① Oppv. van 'n $\triangle$

$$AK = \frac{\sqrt{3}x}{2} \text{ eenhede} \dots \text{sien 7.1}$$

$$\& \text{ In } \triangle KFC: KC = \frac{1}{2} DC = \frac{1}{2} x \& CF = x$$

$$\therefore KF^2 = KC^2 + CF^2 - 2KC \cdot CF \cos \hat{K}\hat{C}\hat{F} \dots \text{kosinusreël}$$

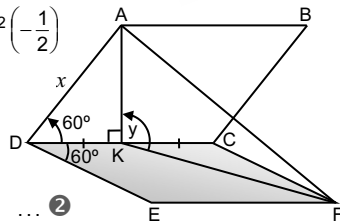
$$= \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + x^2 - 2\left(\frac{1}{2}x\right)(x)\cos 120^\circ$$

$$= \frac{1}{4}x^2 + x^2 - x^2\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= 1\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x^2$$

$$= \frac{7}{4}x^2$$

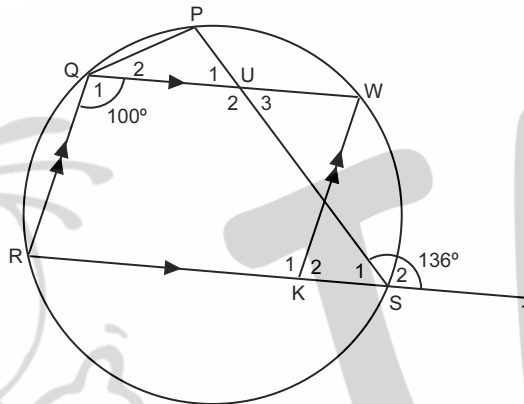
$$\therefore KF = \frac{\sqrt{7}}{2}x \text{ eenhede} \dots ②$$



$$\begin{aligned} \therefore \text{Die Oppv. van } \triangle AKF &= \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}x}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{7}x}{2} \right) \sin y \\ &= \frac{\sqrt{21}x^2}{8} \sin y \text{ vierkante eenh.} < \end{aligned}$$

► EUKLIDIESE MEETKUNDE & METING [48]

8.1



$$8.1.1 \quad \hat{R} = 180^\circ - 100^\circ \dots QW \parallel RK \text{ in } ||^m;$$

$$= 80^\circ < \text{ko-binne } \angle^e \text{ supplementêr}$$

$$8.1.2 \quad \hat{P} = 180^\circ - 80^\circ \dots \text{teenoorst. } \angle^e \text{ van kvh. PQRS}$$

$$= 100^\circ < \text{is supplementêr}$$

$$8.1.3 \quad \hat{P}\hat{Q}\hat{W} + \hat{Q}_1 = 136^\circ \dots \text{buite } \angle \text{ van kvh. PQRS}$$

$$\therefore \hat{P}\hat{Q}\hat{W} = 36^\circ < \text{= teenoorst. binne } \angle$$

$$8.1.4 \quad \hat{U}_2 = \hat{S}_2 \dots \text{verwisselende } \angle^e; QW \parallel RS$$

$$= 136^\circ <$$

$$\left[\text{of: } \hat{U}_2 = \hat{P}\hat{Q}\hat{W} + \hat{P} \dots \text{buite } \angle \text{ van } \triangle PQU \right]$$

$$= 36^\circ + 100^\circ$$

$$= 136^\circ <$$



8.2.1 In $\triangle^e$ FTE en CTD:

$$\frac{FT}{CT} = \frac{TE}{TD} = \frac{FE}{CD} = \frac{1}{2}$$

$$\dots \frac{5}{10} = \frac{7}{14} = \frac{9}{18}$$

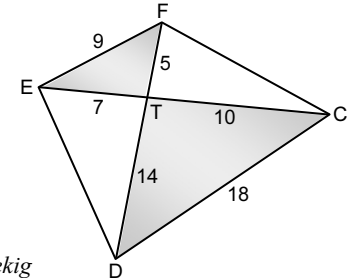
$$\therefore \triangle FTE \parallel \triangle CTD$$

... eweredige sye

$$\therefore \hat{T}\hat{F}\hat{E} = \hat{T}\hat{C}\hat{D}$$

... $\triangle^e$ is gelykhoekig

$$\text{d.w.s. } \hat{E}\hat{F}\hat{D} = \hat{E}\hat{C}\hat{D} <$$



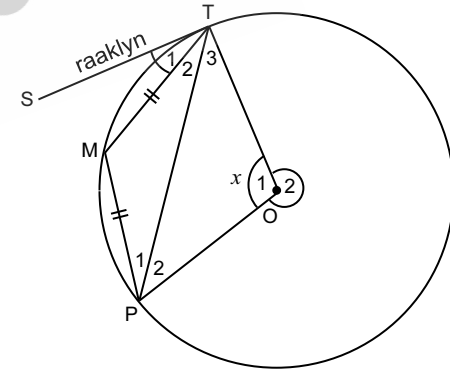
8.2.2 Vierhoek CDEF is 'n koordevierhoek ...

ED onderspan gelyke $\angle^e$ by F en C ... in 8.2.1 bewys
(d.w.s. omgekeerde van 'dieselfde segment' stelling.)

$$\therefore \hat{D}\hat{F}\hat{C} = \hat{D}\hat{E}\hat{C} < \dots \angle^e \text{ in dieselfde segment}$$

$$9. \quad \hat{O}_2 = 360^\circ - x \dots \angle^e \text{ om punt O}$$

$$\therefore \hat{M} = 180^\circ - \frac{1}{2}x \dots \text{mideelpunts-} \angle = 2 \times \text{omtreks-} \angle$$



$$\hat{P}_1 = \hat{T}_2 \dots \angle^e \text{ teenoor gelyke sye}$$

$$\therefore \hat{P}_1 = \frac{1}{2} \left[180^\circ - \left(180^\circ - \frac{1}{2}x \right) \right] \dots \angle \text{ som van } \triangle$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}x \right)$$

$$= \frac{1}{4}x$$

$$\hat{S}\hat{T}\hat{M} = \hat{P}_1 \dots \text{raaklyn-koord stelling}$$

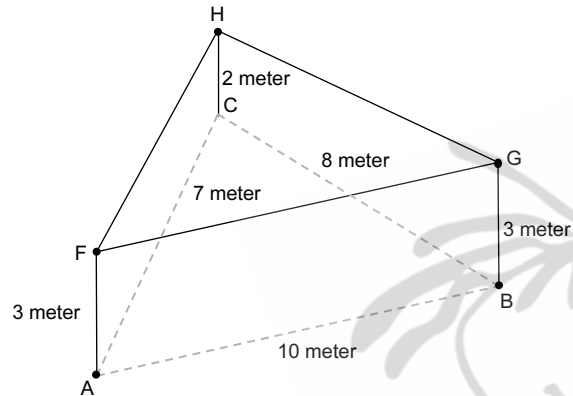
$$= \frac{1}{4}x <$$

VRAAG 9

Antwoorde op bl. A84

9.1 'n Metaalraam word gebou om te help om 'n bietjie skaduwee op 'n driehoekige stuk grond ABC te voorsien.

- A, B en C is op dieselfde horisontale vlak.
- $AC = 7$ meter; $CB = 8$ meter en $AB = 10$ meter.
- AF, BG en CH is vertikale metaalpale.
- $AF = BG = 3$ meter en $CH = 2$ meter.
- HF, FG en GH is metaalpale wat die metaalraam voltooi.

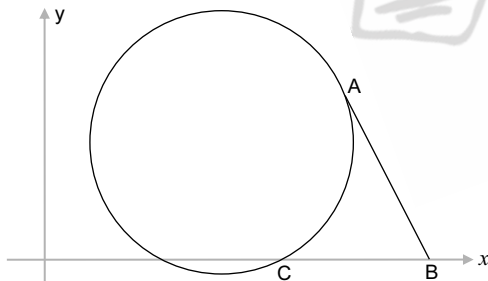


Bereken die oppervlakte van $\triangle FGH$. (Die oppervlakte seil wat benodig word.)

(7)

9.2 In die diagram hieronder is C en A punte wat op die sirkel lê.

- C en B lê op die x -as.
- AB is 'n raaklyn by punt A(5; 3).
- Die vergelyking van die sirkel $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 8 = 0$.



9.2.1 Bepaal die koördinate van C.

(2)

9.2.2 Bereken die lengte van CB.

(8)

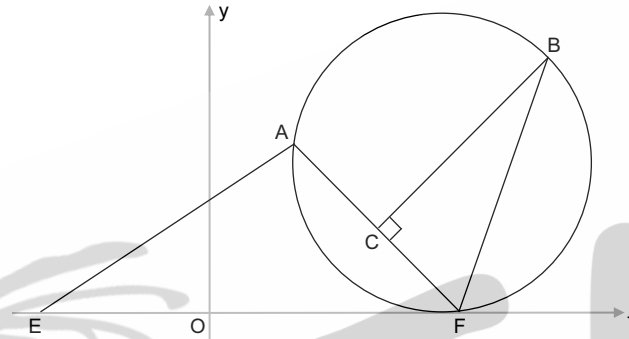
[17]

VRAAG 10

Antwoorde op bl. A84

In die diagram hieronder lê A, B en F op die sirkel.

- Die vergelyking van lyn EA is $3y - 2x = 8$.
- Die gradiënt van lyn AF is -1 .



10.1 Bereken die grootte van $\hat{EAF}$.

(5)

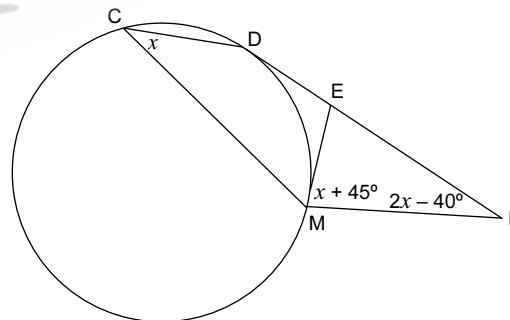
10.2 Indien $EA = \sqrt{52}$ en $FB = \sqrt{40}$ bereken die lengte van CB indien die middelpunt van die sirkel op CB lê en $CB \perp AF$. (7) [12]

VRAAG 11

Antwoorde op bl. A85

In die diagram hieronder is C, D en M punte op die sirkel.

- $\hat{MCD} = x$.
- KD is 'n raaklyn aan die sirkel by D.
- E is 'n punt op DK.
- EM is 'n ander raaklyn aan die sirkel by M.
- $\hat{KME} = x + 45^\circ$ en $\hat{EKM} = 2x - 40^\circ$



Bepaal die waarde van x .

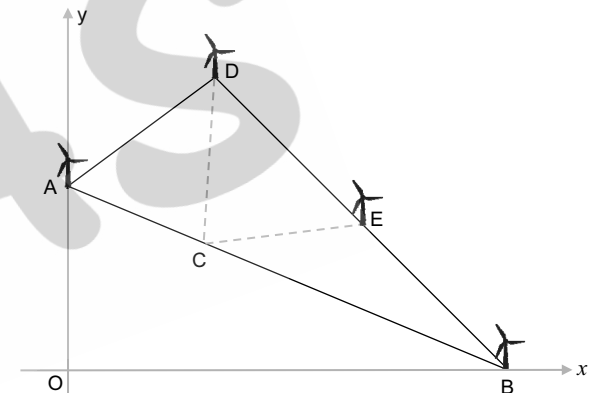
[7]

VRAAG 12

Antwoorde op bl. A85

Die diagram hieronder is 'n lugaansig van vier windturbines wat by A, D, E en B geplaas is.

- Lyn AB het vergelyking $5x + 12y = 60$.
- A lê op die y -as.
- B lê op die x -as.
- E is die middelpunt van DB.
- C lê op AB en stel die beheerstasie voor.
- Die oppervlakte van $\triangle ADC : \triangle ECD$ is $8 : 9$.



12.1 Bereken die afstand AB.

(2)

12.2 Bepaal die koördinate van C.

(8)

[10]

TOTAAL AFDELING B: 75

TOTAAL: 150

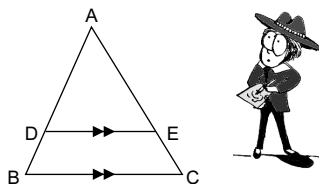


► Die Eweredigheidstelling

6

'n Lyn ewewydig aan een sy van 'n driehoek verdeel die ander twee sye eweredig.

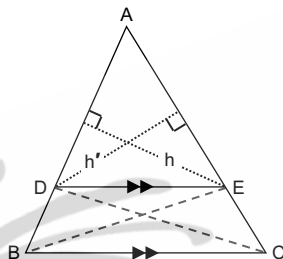
$$\text{d.w.s. } DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$



Gegee: $\triangle ABC$ met $DE \parallel BC$,
D & E op AB & AC onderskeidelik.

Om te bewys: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

Konstruksie: Verbind DC & BE



Bewys: $\frac{\text{Oppv. van } \triangle ADE}{\text{Oppv. van } \triangle DBE} = \frac{\frac{1}{2}AD \cdot h}{\frac{1}{2}DB \cdot h} = \frac{AD}{DB}$

h is die hoogte van $\triangle^e ADE$ en DBE



So ook: $\frac{\text{Oppv. van } \triangle ADE}{\text{Oppv. van } \triangle EDC} = \frac{AE}{EC} \left(\frac{\frac{1}{2}AE \cdot h'}{\frac{1}{2}EC \cdot h'} \right)$

h' is die hoogte van $\triangle^e ADE$ en EDC

Maar: $\triangle DBE = \triangle EDC$, in oppervlakte ... op dieselfde basis DE ; tussen $\parallel$ lyne, DE & BC

en: $\triangle ADE$ is gemeen

$$\therefore \frac{\text{Oppervlakte van } \triangle ADE}{\text{Oppervlakte van } \triangle DBE} = \frac{\text{Oppervlakte van } \triangle ADE}{\text{Oppervlakte van } \triangle EDC}$$

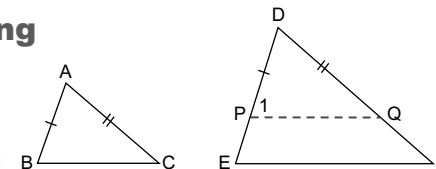
$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \quad \leftarrow$$



► Die Gelykvormige $\triangle^e$ Stelling

7

As twee driehoeke gelykhoekig is, dan is hul sye eweredig en dus is hulle gelykvormig.



Gegee: $\triangle ABC$ & $\triangle DEF$ met $\hat{A} = \hat{D}$ $\hat{B} = \hat{E}$ & $\hat{C} = \hat{F}$

Om te bewys: $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$

Konstruksie: Merk P & Q op DE & DF sodat $DP = AB$ & $DQ = AC$

Bewys: In $\triangle^e DPQ$ & ABC

(1) $DP = AB$... konstruksie

(2) $DQ = AC$... konstruksie

(3) $\hat{D} = \hat{A}$... gegee

$\therefore \triangle DPQ \equiv \triangle ABC$... $S \angle S$

$$\therefore \hat{P}_1 = \hat{B} = \hat{E} \quad \dots \text{gegee}$$

Die fokus-punt

$\therefore PQ \parallel EF$... ooreenkomstige $\angle^e$ gelyk

$\therefore \frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF}$... eweredigheidstelling; $PQ \parallel EF$

Maar $DP = AB$ en

$DQ = AC$... konstruksie

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$$

So ook, deur S en T op DE en EF te merk sodat

$$SE = AB \text{ en } ET = BC, \text{ kan dit bewys word dat: } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} \quad \leftarrow$$

$\therefore \triangle ABC$ en $\triangle DEF$ is gelykvormig.

Gelykvormige $\triangle^e$

$\triangle^e$ is gelykvormig as: **A:** hulle gelykhoekig is, en

B: hul sye eweredig is

In hierdie bewys, toon ons dat **A** $\Rightarrow$ **B**

$\therefore$ Die $\triangle^e$ is gelykvormig ... Beide voorwaardes, **A** en **B**, is van toepassing

Die omgekeerde stelling sê: **B** $\Rightarrow$ **A**
 $\therefore$ Die $\triangle^e$ is gelykvormig



Saamgestelde Hoekformules



$$1. \sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

Teken bly dieselfde
sinus & kosinus

$$2. \sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$$

van A en B gemeng

$$3. \cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

Teken verander
kosinus van A en B eerste,

$$4. \cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

dan sinus van A & B

Ons sal formule nr. 4 (sien hierbo) bewys
en daarna die ander drie daarvan aflei.



Dubbelhoekformules



$$5. \sin 2A = 2 \sin A \cos A \dots$$

Hierdie formule sal van
formule nr. 1 afgelei word.

$$6. \cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A \dots$$

Hierdie formule sal van
formule nr. 3 afgelei word.

$$\text{of } \cos 2A = 1 - 2 \sin^2 A$$

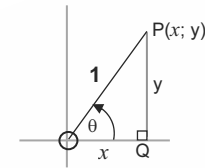
$$\text{of } \cos 2A = 2 \cos^2 A - 1$$



Bewys van die Formule:

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

Eers,
'n belangrike
konsep!



LET WEL: As $OP = 1$ eenheid!

dan is: $\frac{x}{1} = \cos \theta$ en $\frac{y}{1} = \sin \theta$

d.w.s. $x = \cos \theta$ en $y = \sin \theta$

d.w.s. **P is die punt $(\cos \theta; \sin \theta)$**

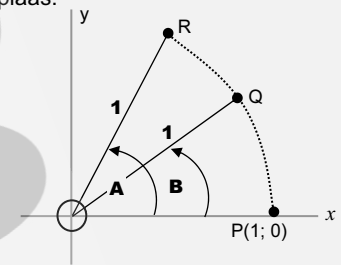
In die meegaande skets is $\hat{A}$ en $\hat{B}$ in standaardposisie geplaas.

$$\vec{RQ} = \hat{A} - \hat{B}$$

Die koördinate van **R** en **Q**,
albei **1 eenheid** vanaf die oorsprong, is:

$$\mathbf{R}(\cos A; \sin A) \text{ \& \ } \mathbf{Q}(\cos B; \sin B)$$

... Sien LET WEL hierbo



► Bepaal 2 uitdrukings vir RQ^2

$$\begin{aligned} RQ^2 &= 1^2 + 1^2 - 2(1)(1) \cos(A - B) \dots \text{KOSINUSREËL} \\ &= 2 - 2 \cos(A - B) \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \& \ RQ^2 &= (\cos A - \cos B)^2 + (\sin A - \sin B)^2 \dots \text{AFSTANDSFORMULE} \\ &= \cos^2 A - 2 \cos A \cos B + \cos^2 B + \sin^2 A - 2 \sin A \sin B + \sin^2 B \\ &= 2 - 2 \cos A \cos B - 2 \sin A \sin B \leftarrow \dots \textcircled{2} \dots \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \end{aligned}$$

► Stel die 2 uitdrukings vir RQ^2 hierbo, gelyk:

$$\textcircled{1} = \textcircled{2} \quad \therefore 2 - 2 \cos(A - B) = 2 - 2 \cos A \cos B - 2 \sin A \sin B$$

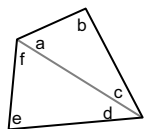
$$\text{► Trek 2 af:} \quad \therefore -2 \cos(A - B) = -2 \cos A \cos B - 2 \sin A \sin B$$

$$\text{► Deel deur } -2 \left(\text{of } \times \text{ met } -\frac{1}{2} \right): \therefore \cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B \leftarrow$$

VIERHOEKE - definisies, oppervlaktes en eienskappe

Alles wat jy moet weet

'Enige' Vierhoek



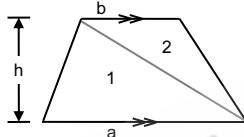
Som van die $\angle^e$ van enige vierhoek = 360°

$$\begin{aligned} \text{Som van die binnehoeke} &= (a + b + c) + (d + e + f) \\ &= 2 \times 180^\circ \dots (2 \Delta^e) \\ &= 360^\circ \end{aligned}$$

Die pyltjies toon verskeie 'roetes' vanaf 'enige' vierhoek na die vierkant (die 'ideale vierhoek'). Hierdie roetes, wat logika en feite kombineer, is noodsaaklik om te gebruik wanneer spesifieke tipes vierhoeke bewys moet word.

Let op hoe die eienskappe opstapel soos ons van links na regs beweeg, d.w.s. die eerste vierhoek het geen spesiale eienskappe nie en elke opeenvolgende vierhoek het al die voorafgaande eienskappe.

'n Trapezium



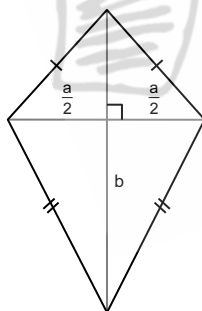
DEFINISIE:

Vierhoek met 1 paar teenoorstaande sye ||

$$\begin{aligned} \text{Oppervlakte} &= \Delta 1 + \Delta 2 \\ &= \frac{1}{2} ah + \frac{1}{2} bh \\ &= \frac{1}{2} (a + b) \cdot h \end{aligned}$$

'Die helfte van die som van die || sye $\times$ die afstand tussen hulle.'

'n Vlieër



DEFINISIE:

Vierhoek met 2 pare aanliggende sye gelyk

Gegee hoeklyne a en b

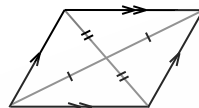
$$\text{Oppervlakte} = 2\Delta^e = 2\left(\frac{1}{2}b \cdot \frac{a}{2}\right) = \frac{ab}{2}$$

'Helfte van die produk van die hoeklyne'

DIE HOEKLYNE

- sny loodreg
- EEN HOEKLYN halveer die ander hoeklyn, die teenoorstaande hoeke en die oppervlakte van die vlieër

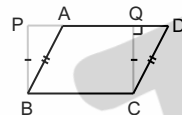
'n Parallelogram



DEFINISIE:

Vierhoek met 2 pare teenoorstaande sye ||

Oppervlakte = basis $\times$ hoogte

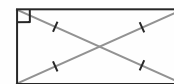


$\parallel^m ABCD = ABCQ + \Delta QCD$
 regh. PBCQ = $ABCQ + \Delta PBA$
 waar $\Delta QCD \cong \Delta PBA \dots RHS/90^\circ HS$
 $\therefore \parallel^m ABCD = \text{regh. PBCQ (in oppv.)}$
 $= BC \times QC$

Eienskappe:

2 pare teenoorstaande sye gelyk
 2 pare teenoorstaande hoeke gelyk
 & HOEKLYNE HALVEER MEKAAR

'n Reghoek



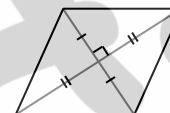
DEFINISIE:

'n $\parallel^m$ met een regte $\angle$

$$\text{Opp.} = \ell \times b$$

HOEKLYNE is GELYK

'n Ruit



DEFINISIE:

'n $\parallel^m$ met een paar aanliggende sye gelyk

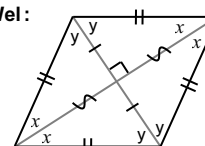
Oppervlakte

= $\frac{1}{2}$ produk van hoeklyne (soos vlieër)
 of
 = basis $\times$ hoogte (soos parallelogram)

DIE HOEKLYNE

- halveer mekaar LOODREG
- halveer die hoeke van die ruit
- halveer die oppervlakte van die ruit

Let Wel:



$$\begin{aligned} 2x + 2y &= 180^\circ \dots \angle^e \text{ van } \Delta \text{ of} \\ \Rightarrow x + y &= 90^\circ \dots \text{ko-binne } \angle^e; \parallel \text{ lyne} \end{aligned}$$

Die Vierkant

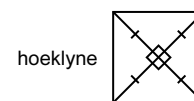
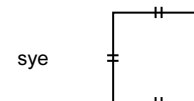


die 'ideale' vierhoek!

$$\text{Oppervlakte} = s^2$$

Eienskappe:

Almal is 'reeds' genoem!
 Aangesien 'n vierkant 'n reghoek, 'n ruit, 'n parallelogram, 'n vlieër is ... is AL die eienskappe van hierdie vierhoeke van toepassing.



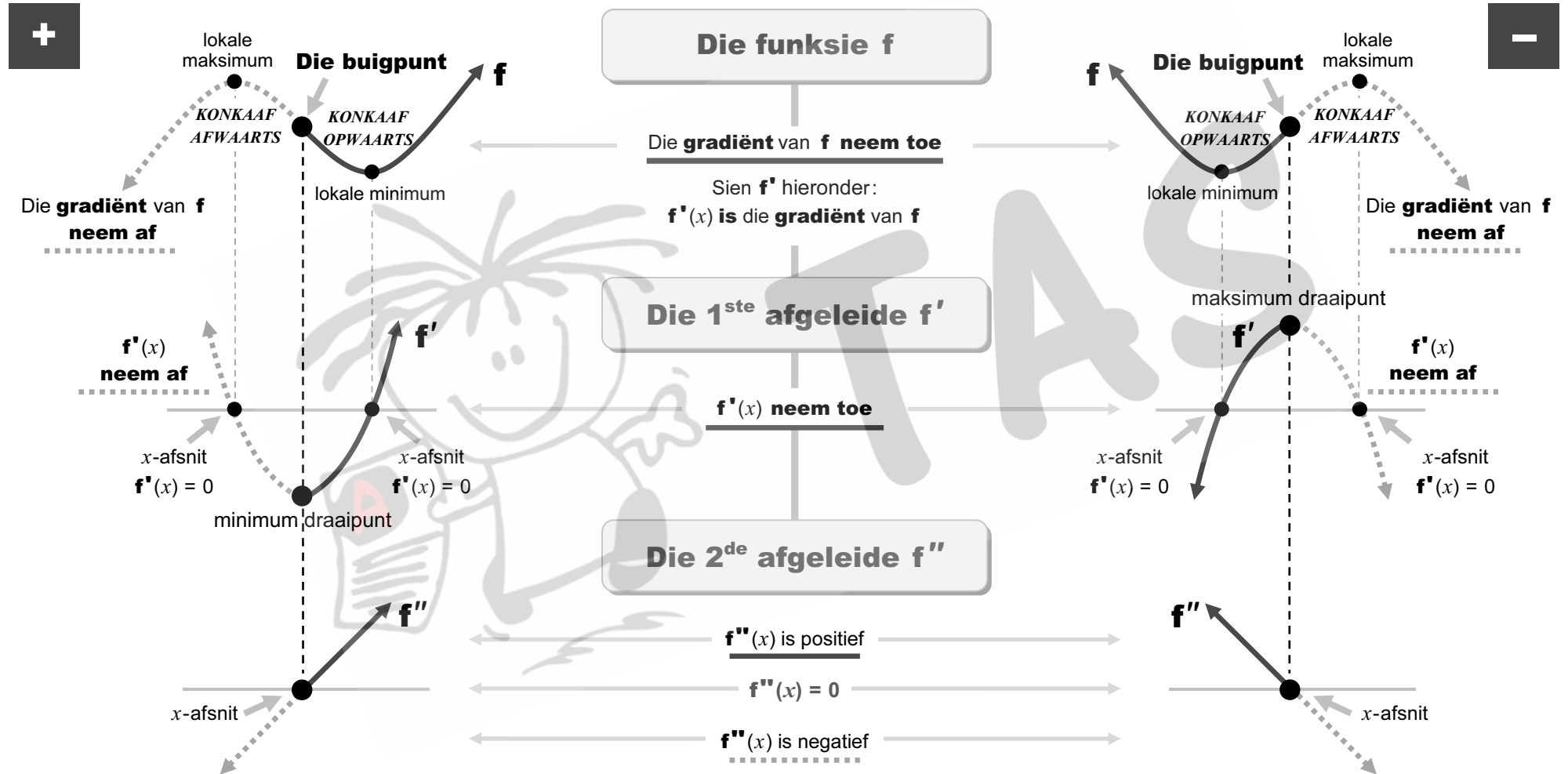
Vierhoeke speel 'n belangrike rol in beide Euklidiese en Analitiese Meetkunde tot in Graad 12!



THE ANSWER SERIES Your Key to Exam Success

KONKAWITEIT & DIE BUIGPUNT

Die **Konkawiteit** van derdegraadse grafieke: **Konkaaf opwaarts**  of **Konkaaf afwaarts** , verander by die buigpunt:
Soos x toeneem (d.w.s. van links na regs) ...



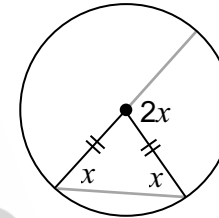
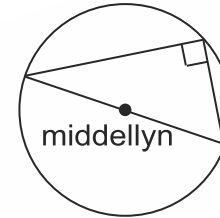
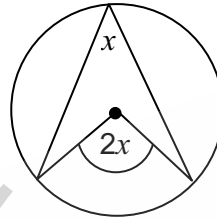
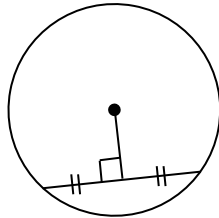
LW: Vir derdegraadse grafieke met 2 stasionêre punte, is die koördinate van die buigpunt die gemiddeldes van die x - en y -koördinate van die stasionêre punte.

$f''(x) = 0$ by die buigpunt van f
 $f''(x) < 0$ waar f konkaaf afwaarts is
 $f''(x) > 0$ waar f konkaaf opwaarts is

GROEPERING VAN SIRKELMEETKUNDE STELLINGS

Die grys pyle dui aan hoe verskillende stellings gebruik word om daaropvolgendes te bewys

I Die 'Middelpunt' groep



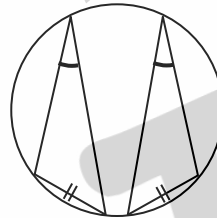
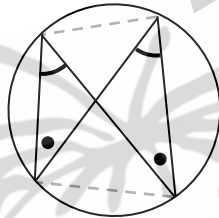
Gelyke radiusse!

Gelyke koorde onderspan gelyke hoeke en, omgekeerd, gelyke hoeke word deur gelyke koorde onderspan.

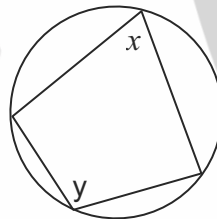
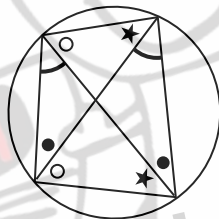


Gelyke koorde!

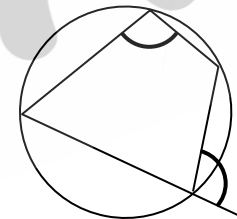
II Die 'Geen Middelpunt' groep



III Die 'Koordevierhoek' groep



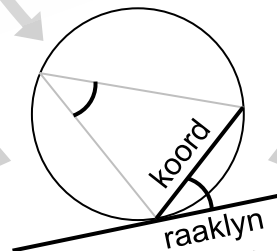
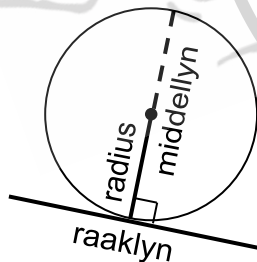
$$x + y = 180^\circ$$



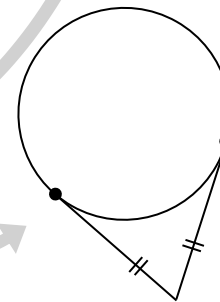
Daar is '3 maniere om te bewys dat 'n vierhoek 'n koordevierhoek is'.



IV Die 'Raaklyn' groep



Gelyke raaklyne!



Daar is '2 maniere om te bewys dat 'n lyn 'n raaklyn aan 'n $\odot$ is'.

