

Wiskunde IEB

VRAE & ANTWOORDE

Marilyn Buchanan, *et al.*

GRAAD

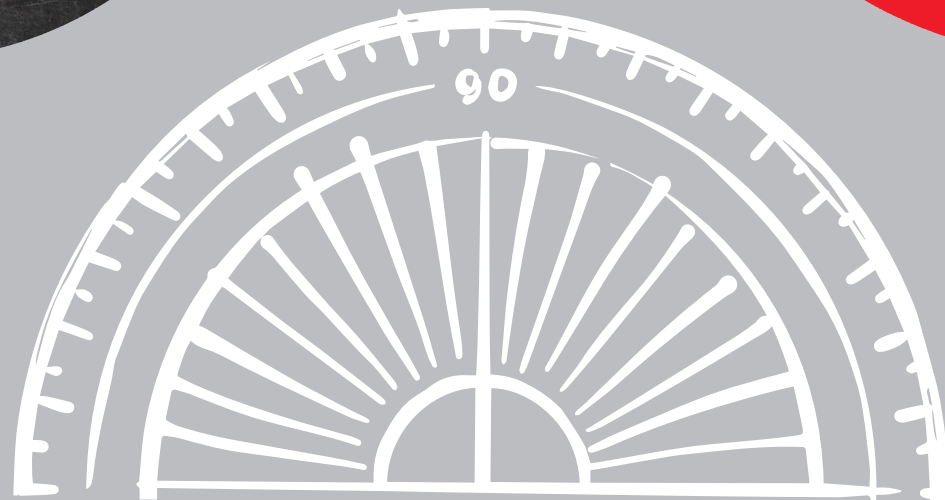
11

IEB

V & A



THE
ANSWER
SERIES *Your Key to Exam Success*



Graad 11 **Wiskunde IEB** Vrae & Antwoorde

Hierdie Graad 11 Wiskunde Vrae & Antwoorde is deur 'n topspan wiskunde-opvoeders saamgestel en ontwerp vir leerders wat streef na uitmuntendheid. Dit is vir indiepte eksamenhersiening en is daarop gemik om wiskundige denke en vakkundigheid bo die norm uit te brei.

Dit bied oefeneksamens en volledige antwoorde, wat leerders die geleentheid bied om onder tydbeheerde eksamentoestande te oefen asook om gedeeltes van die kurrikulum wat meer aandag vereis, uit te lig.

Hierdie omvattende studiegids bevat:

- 10 Vraestel 1's met gedetailleerde memo's
- 10 Vraestel 2's met gedetailleerde memo's
- 'n Magdom hoër-orde vrae

Die gebruik van hierdie Graad 11 Wiskunde Vrae & Antwoorde sal jou vaardighede vinnig laat verbeter en slyp en jou in staat stel om in KABV- óf IEB-eksamens uitmuntend te presteer.



Wiskunde

Vraestelle & Antwoorde

Marilyn Buchanan, *et al.*

Ook beskikbaar

GRAAD 11
WISKUNDE
3-IN-1

- Omvattende notas
- Oefeninge
- Volledige antwoorde



HIERDIE STUDIEGIDS SLUIT IN

- 1 Eksamenvraestelle
(vrae hoofsaaklik deur IEB-eksaminators opgestel)
- 2 Memorandums

E-boek
beskikbaar 

PUBLIKASIES & ERKENNINGS

ONS KABV-REEKS VIR GRAAD 8- & 9-LEERDERS

- Wiskunde
- Natuurwetenskappe
- Ekonomiese & Bestuurswetenskappe

ONS KABV-REEKS VIR GRAAD 10-LEERDERS

- Wiskunde
- Wiskundige Geletterdheid
- Fisiese Wetenskappe
- Lewenswetenskappe
- Rekeningkunde
- Besigheidstudies
- Ekonomie
- Verbruikerstudies
- Geskiedenis
- English Home Language
- English 1st Additional Language

ONS KABV-REEKS VIR GRAAD 11-LEERDERS

- Wiskunde
- Wiskundige Geletterdheid
- Fisiese Wetenskappe
- Lewenswetenskappe
- Rekeningkunde
- Besigheidstudies
- English 1st Additional Language

ONS KABV-REEKS VIR GRAAD 12-LEERDERS

- Wiskunde
- Wiskundige Geletterdheid
- Fisiese Wetenskappe
- Landbouwetenskappe
- Lewenswetenskappe
- Rekeningkunde
- Besigheidstudies
- Ekonomie
- Verbruikerstudies
- Geografie
- Geskiedenis (*tans slegs in Eng.*)
- English Home Language
- English FAL
- Afrikaans EAT

ONS IEB-REEKS SLUIT IN

- Gr 10 Lewenswetenskappe
- Gr 11 & 12 Life Sciences (*slegs in Eng.*)
- Gr 10 - 12 Advanced Programme Maths (*slegs in Eng.*)

The Answer Series gee graag erkenning vir die reuse bydrae gelewer deur Bonita Morgan en Judy Crowster, wat die materiaal in hierdie boek met uiterste toewyding en kundigheid geset het.

KOPIEREG



HIERDIE PUBLIKASIE, OF DEEL DAARVAN, MAG OP GEEN MANIER GEREPRODUSEER OF OORGEDRA WORD SONDER DIE SKRIFTELIKE TOESTEMMING VAN DIE UITGEWER NIE. DIT SLUIT ELEKTRONIESE OF MEGANIESE, INSLUITENDE FOTOKOPIËRING, OPNAMES, OF ENIGE STELSEL VAN INLIGTINGSBEWARING EN -HERWINNING IN.

The Answer Series

DIE UITGEWER



INHOUD

Vraestel 1's		
Vraestelle	Bladsynr. Vrae	Bladsynr. Antw.
1A	1.1	M1.1
1B	1.2	M1.3
1C	1.4	M1.5
1D	1.6	M1.7
1E	1.7	M1.9
1F	1.9	M1.11
1G	1.11	M1.12
1H	1.13	M1.14
1I	1.15	M1.16
1J	1.17	M1.18

Vraestel 2's		
Vraestelle	Bladsynr. Vrae	Bladsynr. Antw.
2A	2.1	M2.1
2B	2.4	M2.3
2C	2.7	M2.5
2D	2.10	M2.8
2E	2.12	M2.10
2F	2.16	M2.13
2G	2.18	M2.15
2H	2.20	M2.17
2I	2.22	M2.19
2J	2.25	M2.21

Trigonometriese Opsomming

Einde van boek

Sakrekenaarinstruksies

Einde van boek

DvBO/IEB Eksamen Inligtingsblad

Einde van boek

LW.:
Die inligtingsblad
word slegs vir die
Gr 12-eksamen voorsien.

AANGAANDE HIERDIE BOEK

Die eksamenvraestelle wat in hierdie boek saamgestel is, is 'n poging van The Answer Series om onderwysers en leerders van oefenmateriaal, ter voorbereiding vir die eindeksamens, te voorsien. Dit is 'n vertolking van die KABV kurrikulum en dui nie op die enigste tipe vrae wat gevra kan word nie, maar eerder op moontlike voorbeelde.

Daar is 10 Vraestel 1's en 10 Vraestel 2's. Die eerste 5 van elk is nuut saamgestel, terwyl die tweede 5 saamgestel is deur die vraestelle van die vorige uitgawe van hierdie boek, aan te pas. Al 20 vraestelle is volgens die vereistes van die KABV kurrikulum opgestel. Die puntetoekenning aan onderwerpe is soms beïnvloed deur die nodigheid om meer oefening te voorsien waar gevoel is dis nodig.

Al 10 Vraestel 1's is deur Marilyn Buchanan (huidige IEB eksaminator) saamgestel - die eerste 5 nuut opgestel; die tweede 5 aangepas. Die 5 nuwe Vraestel 2's is deur Praveshen Iyer (toekomstige IEB eksaminator) en 'n span senior onderwysers van vooraanstaande skole saamgestel. Die tweede 5 Vraestel 2's is deur Anne Eadie, koördineerder van hierdie projek, aangepas. Ons is baie dank verskuldig aan Janet Aird en Gail Hallet vir hul waardevolle bydrae tot hierdie boek, deur gedeeltes daarvan te kontroleer.

Ons vertrou dat die gebruik van hierdie uitgebreide samevatting van vrae en antwoorde leerders goed sal toerus om die KABV eksamens suksesvol af te lê.

Ons sal opbouende kommentaar van onderwysers sowel as leerders verwelkom.

Marilyn Buchanan: mabkjb@telkomsa.net

Anne Eadie: anne@theanswerseries.co.za



EKSAMENVRAESTEL 1D

Jy mag 'n goedgekeurde nie-programmeerbare en nie-grafiese sakrekenaar gebruik, tensy anders vermeld.

Rond jou antwoorde af tot **EEN** desimale syfer waar nodig, tensy anders vermeld.

AFDELING A

VRAAG 1

1.1 Skryf die eerste vier terme van die volgende ry neer:

$$1.1.1 \quad T_n = \frac{24}{n} \quad 1.1.2 \quad T_n = 5^n + 2 \quad (1)(1)$$

1.2 Vereenvoudig:

$$1.2.1 \quad 4\sqrt{\frac{16x^{12}}{y^8}} \quad 1.2.2 \quad \frac{a+b}{a^{-1}+b^{-1}} \quad (3)(4)$$

1.3 Los op vir x :

$$1.3.1 \quad 2x(4x-1) = 15 \quad (4)$$

$$1.3.2 \quad \frac{3}{x^4} = 27 \quad (3)$$

$$1.3.3 \quad \sqrt{10-3x} = x-2 \quad (5)$$

$$1.3.4 \quad \frac{8}{x^2-4} + \frac{x}{2-x} + \frac{1}{x+2} = 0 \quad (7)$$

$$1.3.5 \quad px^2 - 6x = q \text{ deur die vierkant te voltooi.} \quad (6)$$

1.4 Gegee: $2x^2 + mx + 18 = 0$

Bepaal die waardes van m sodat die vergelyking reële wortels sal hê. (4)

[38 punte]

VRAAG 2

2.1 Gegee die kwadratiese ry: 59 ; 48 ; 39 ; 32 ...

Bepaal:

2.1.1 die konstante tweede verskil. (2)

2.1.2 'n formule vir die n^{de} term van die ry. (4)

2.2 Gegee: 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 1 ; 3 ...

Bepaal die waarde van T_{2014} . (3)

[9 punte]

VRAAG 3

3.1 Op haar 18^{de} verjaarsdag ontvang Emma 'n nuwe motor ter waarde van R265 000.



Motors se waarde verminder met 20% per jaar. Bepaal die waarde van Emma se motor op haar 21^{ste} verjaarsdag. (2)

3.2 Nomfundo het 'n bankrekening wat rente teen 8,5% p.j. maandeliks saamgestel, verdien.



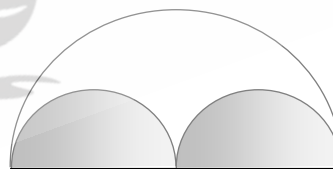
Op haar 16^{de} verjaarsdag het sy reeds R8 500 in die rekening en besluit om al haar verjaarsdag-geskenkgeld in die rekening te belê aangesien sy hoop om R20 000 op haar 21^{ste} verjaarsdag beskikbaar te hê.

Neem aan dat geen verdere deposito's in die rekening gemaak is nie, bereken hoeveel geld Nomfundo op haar 16^{de} verjaarsdag moet ontvang. (5)

[7 punte]

VRAAG 4

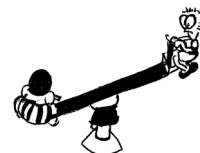
4.1 Bepaal die waarskynlikheid dat 'n punt wat lukraak binne die groot semisirkel ook binne een van die gelyk grote klein semisirkels sal wees. (4)



4.2 Die waarskynlikheid dat Shelby om 10 v.m. gimnasium toe sal gaan is 0,35 en die waarskynlikheid dat sy na 'n koffiewinkel toe sal gaan, is 0,16.

Bepaal die waarskynlikheid dat sy nie na die gimnasium of die koffiewinkel sal gaan nie. (4)

[8 punte]



1.6

VRAAG 5

Die aantal muskiete in 'n sekere gebied in Afrika hang van die reënval gedurende Januarie van 'n gegewe jaar, af.



Die funksie $N(x) = 250x - x^2$ gee 'n benaderde getal, $N(x)$, van duisende muskiete wanneer die reënval x mm in Januarie is.

5.1 Bereken die voorspelde aantal muskiete na 'n Januarie-reënval van 20 mm. (2)

5.2 Bepaal hoeveel reën 15 miljoen muskiete sal veroorsaak. (5)

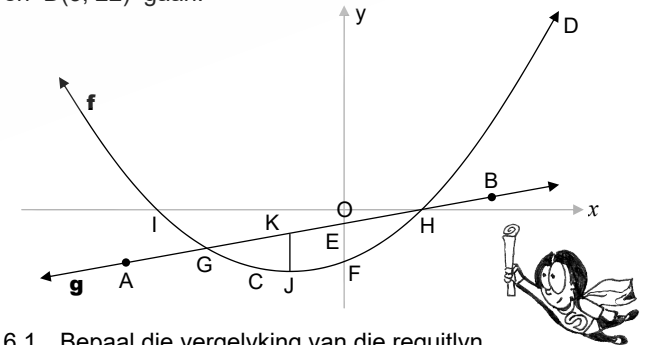
5.3 Bepaal die maksimum aantal muskiete wat met behulp van hierdie model voorspel kan word. (5)

[12 punte]

AFDELING B

VRAAG 6

Verwys na die figuur met 'n reguitlyn wat deur $A(-3; -4)$ en $B(2; 1)$ gaan, 'n parabool in die vorm $f(x) = ax^2 + bx - 5$, wat deur $C(-1; -6)$ en $D(3; 22)$ gaan.



6.1 Bepaal die vergelyking van die reguitlyn $y = g(x)$ wat deur A en B gaan. (4)

6.2 Toon alle bewerkings en bewys dat $a = 2$ en $b = 3$. (6)

6.3 Bereken die lengte van EF . (2)

6.4 Bereken die lengte van IH . (5)

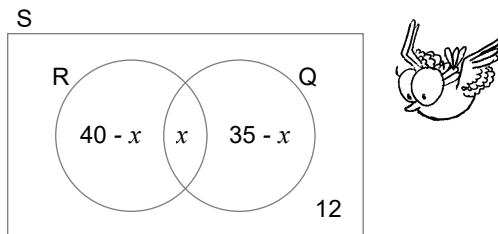
6.5 Bepaal die koördinate van G . (5)

6.6 Bereken die lengte van KJ , waar J die draaipunt van die parabool is. (7)

[29 punte]

VRAAG 7

- 7.1 Verwys na die Venn-diagram wat inligting in verband met 'n steekproef S en twee gebeurtenisse, R en Q, toon.



Dit is gegee dat $n(R \text{ of } Q) = 68$.

Bepaal:

- 7.1.1 die waarde van x . 7.1.2 $n(S)$. (3)(1)
- 7.1.3 Die waarskynlikheid van 'n item wat lukraak gekies is:
- (i) nie binne R of Q is nie. (1)
- (ii) binne R maar nie Q is nie. (2)
- 7.2 Die waarskynlikheid dat Isabella haar bestuurders-toets op haar eerste afspraak sal slaag, is $\frac{3}{7}$.
- Vir elke daaropvolgende poging nadat sy gedruip het is die waarskynlikheid dat sy sal slaag, $\frac{3}{5}$.
- Bepaal die waarskynlikheid dat Isabella die toets sal slaag in:
- 7.2.1 2 pogings 7.2.2 3 pogings (2)(2)
- 7.2.3 4 of meer pogings (4)

[15 punte]

VRAAG 8

'n Dokter moet besluit watter antibiotika hy vir Pontsho moet voorskryf.

Antibiotika A verminder bakteria teen 'n koers van 3% elke 15 minute.

Antibiotika B, verminder die bakteria teen 2,5% elke 10 minute.

Neem t as die aantal ure sedert Pontsho se eerste dosis medisyne, en P_0 as die aanvanklike massa bakteria:

- 8.1 Stel formules op om die aantal bakteria in Pontsho se liggaam voor te stel t ure na die eerste dosis vir elke antibiotika. (4)

- 8.2 Teken grafieke wat die effek van elke antibiotika oor 'n 24-uur tydperk toon op dieselfde assestelsel. Gebruik $P_0 = 1\,000$. (5)

- 8.3 Bereken die verskil in massa van die bakteria na 12 ure. (1)

[10 punte]

VRAAG 9

- 9.1 Gegee $2x - 4$; $2x + 1$; $3x - 5$ die eerste drie terme van 'n lineêre ry.

- 9.1.1 Bepaal die waarde van x . (4)

- 9.1.2 Bereken vervolgens die konstante verskil. (3)

- 9.2.1 Los op vir p : $3 - \frac{9}{p^2} = \frac{26}{p}$ (4)

- 9.2.2 Los vervolgens op vir x : $3^0 - 3^{2-2x} + 2 = \frac{26}{3^x}$ (6)

- 9.3.1 Rasionaliseer die noemer in die uitdrukking $\frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$ waar n 'n natuurlike getal is. (3)

- 9.3.2 Gebruik jou antwoord in 9.3.1 en bepaal (SONDER DIE GEBRUIK VAN 'N SAKREKENAAR):

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$$

[22 punte]

Desimale syfers

Die instruksie in IEB eksamens is vir antwoorde om tot **EEN desimale syfer** waar nodig, tensy anders vermeld, af te rond, terwyl Nasionale eksamens **TWEE desimale** syfers vereis.

EKSAMENVRAESTEL 1E

Jy mag 'n goedgekeurde nie-programmeerbare en nie-grafiese sakrekenaar gebruik, tensy anders vermeld.

Rond jou antwoorde af tot **EEN** desimale syfer waar nodig, tensy anders vermeld.

AFDELING A**VRAAG 1**

- 1.1 Vereenvoudig:

1.1.1 $\frac{\sqrt{9x^3} + \sqrt{x^5} - \sqrt{16x^3}}{\sqrt{x}}$ (5)

1.1.2 $\frac{1^{ab}}{a^{-1} + b^{-1}}$ (4)

- 1.2 Los op vir x :

1.2.1 $x^2 + 8x = 0$ (2)

1.2.2 $\sqrt{x+5} - x - 3 = 0$ (6)

1.2.3 $9^{27x} \times 27^{9x} = 729$ (4)

- 1.3 Die vergelyking $x^2 + (2p - 5)x + p^2 = 0$ moet reële wortels hê.

- 1.3.1 Gebruik die diskriminant om die waardes van p te bepaal. (5)

- 1.3.2 Bepaal die grootste moontlike waarde van p indien p 'n heelgetal is. (1)

- 1.3.3 Los die vergelyking op deur die heelgetal-waarde van p hierbo te gebruik, (3)

[30 punte]

VRAAG 2

- 2.1 Gegee: $T_n = 2n$ as n 'n onewe getal is
& $T_n = n + 1$ as n 'n ewe getal is

Bepaal die eerste ses terme van hierdie ry. (2)

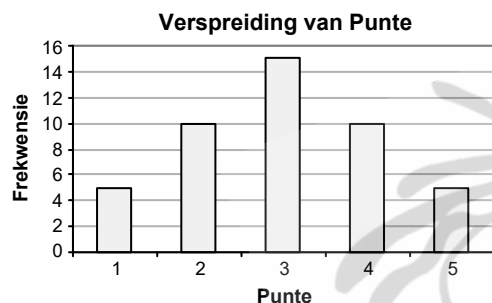
EKSAMENVRAESTEL 2G

Jy mag 'n goedgekeurde nie-programmeerbare en nie-grafiese sakrekenaar gebruik, tensy anders vermeld.

Rond jou antwoorde af tot **EEN** desimale syfer waar nodig, tensy anders vermeld.

VRAAG 1

- 1.1 Die kolomgrafiek hieronder dui die verspreiding van die punte van 'n klas in 'n toets verkry.



- 1.1.1 Bereken die gemiddelde punt. (3)
- 1.1.2 Voltooi die tabel hieronder. (5)

x_i	f_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i \times (x_i - \bar{x})^2$
1				
2				
3				
4				
5				
$\Sigma :$				$\Sigma :$

- 1.1.3 Bereken die variansie en standaardafwyking vir die verspreiding van punte. (3)

Desimale syfers

Die instruksie in **IEB**-eksamens vereis dat antwoorde, waar nodig, tot **EEN desimale syfer** afgerond word, tensy anders vermeld, terwyl Nasionale eksamens **TWEE syfers** vereis.

- 1.2 'n Verbruikerstoetsmaatskappy ondersoek drie wasmasjiene met verskillende handelsmerke om vas te stel hoeveel water elkeen gedurende 'n wasproses gebruik.



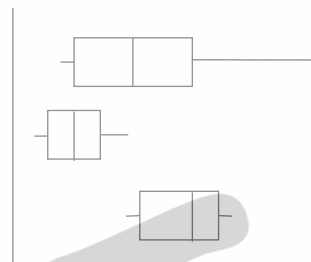
Elke masjien is 25 keer getoets.

Die houer-en-puntdiagram hieronder dui die resultate van die ondersoek aan.

Wasmasjien A

Wasmasjien B

Wasmasjien C



Aantal liters water deur masjiene gebruik

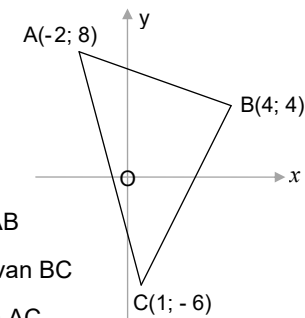
- 1.2.1 Watter masjiene (A, B of C) het gemiddeld die meeste water gebruik? (1)
- 1.2.2 Verduidelik hoekom die modus nie 'n goeie maatstaf van sentrale tendens in hierdie situasie is nie. (1)
- 1.2.3 Watter masjien (A, B of C) is die mees voorspelbare? (1)
- 1.2.4 Verduidelik hoe jy uit die houer-en-punt stippings kan aflei of die variasiewydte 'n goeie maatstaf van verspreiding is al dan nie. (1)
- 1.2.5 Indien die interkwartielvariasiewydte vir die data van masjiene A, 57 liters is en die mediaan 161 liters, bepaal die onderste kwartiel liters gebruik, en die boonste kwartiel liters gebruik. (2)
- 1.2.6 In een stel data hierbo is die uitskieter resultate nie geïgnoreer nie. Bevestig watter stel dit is (A, B of C) en verskaf redes. (2)



[19 punte]

VRAAG 2

- 2.1 Die diagram toon driehoek ABC met hoekpunte A(-2; 8), B(4; 4) en C(1; -6).



Bepaal:

- 2.1.1 die lengte van AB (2)
- 2.1.2 die middelpunt van BC (2)
- 2.1.3 die gradiënt van AC (2)
- 2.1.4 die helling (inklinasiehoek) van AC (2)
- 2.1.5 die grootte van $\hat{ACB}$ (4)

- 2.2 Gegee die punte A(1; 3) en B(0; 2). Bepaal die vergelyking van die reguitlyn deur B en loodreg op AB. (4)

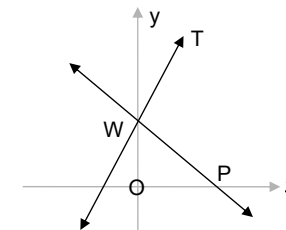
- 2.3 Die vergelyking van 'n lyn is gegee deur $y - a = 2(x - b)$. Bepaal:
- 2.3.1 die gradiënt van die lyn (1)
- 2.3.2 'n paar moontlike waardes van a en b as die lyn deur C(1; -6) gaan (3)

- 2.4 In die diagram hiernaas, sny reguitlyne TW en PW by W.

Die vergelyking van TW is $y = 2x + 5$.

Punt W lê op die y-as.

Punt P lê op die x-as.

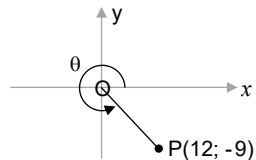


- 2.4.1 Gee die koördinate van W. (1)
- 2.4.2 As $TW \perp WP$, bepaal die vergelyking van reguitlyn, WP. (4)
- 2.4.3 Bepaal die koördinate van P. (2)
- 2.4.4 Bereken die area van $\triangle WOP$. (3)

[30 punte]

VRAAG 3

3.1 In die diagram is $P(12; -9)$
'n punt op OP.



3.1.1 Bepaal die waarde
van $\sin \theta$ sonder
'n sakrekenaar. (3)

3.1.2 Gebruik 'n sakrekenaar om die grootte van θ
te bepaal (2)

3.1.3 As $R(4; a)$ 'n punt op OP is, bepaal die waarde
van a . (1)

3.2.1 Vereenvoudig $\frac{\sin A \cdot \cos A \cdot \tan A}{1 - \cos^2 A}$ (3)

3.2.2 Los daarna die vergelyking op vir $\theta \in [0^\circ; 360^\circ]$
as $\tan \theta = \frac{\sin A \cdot \cos A \cdot \tan A}{1 - \cos^2 A}$ (3)

3.3 As $\sin x = a$, druk die volgende uit in terme van a :

3.3.1 $\sin(180^\circ - x)$ 3.3.2 $\sin(180^\circ + x)$ (1)(1)

3.3.3 $\sin(-x)$ (1)

3.4 Bereken sonder 'n sakrekenaar:

$$\frac{\tan 300^\circ + \cos(90^\circ + x)}{\sin x + 2\cos(-30^\circ)} \quad (6)$$

3.5 Bereken die algemene oplossing van

$$1 - \cos \theta = \cos 44^\circ \quad (5)$$

3.6 In die diagram hiernaas,

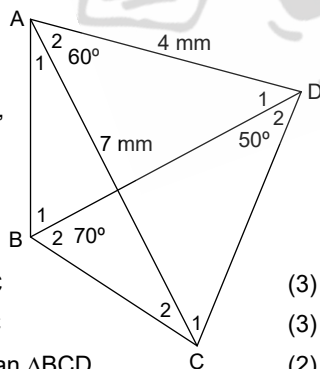
is vierhoek ABCD
met hoeklyne AC en
BD sodat
 $AD = 4$ mm, $AC = 7$ mm,
 $\hat{A}_2 = 60^\circ$, $\hat{B}_2 = 70^\circ$
en $\hat{D}_2 = 50^\circ$.

Bepaal:

3.6.1 die lengte van DC (3)

3.6.2 die lengte van BC (3)

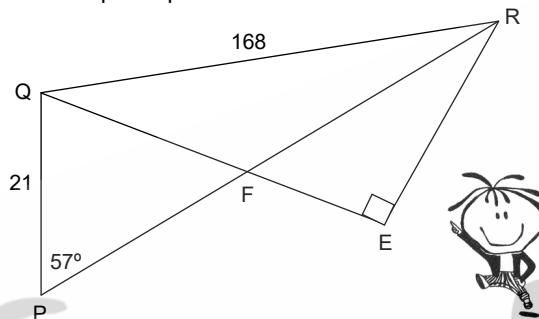
3.6.3 die oppervlakte van $\triangle BCD$ (2)



[34 punte]

VRAAG 4

4.1 In die diagram is $QR = 168$ eenhede,
 $QP = 21$ eenhede, $\hat{P} = 57^\circ$ en $PR = x$ eenhede.
E is 'n punt op QF verleng sodat $QE = k(FE)$
met F 'n punt op PR sodat $PF = FR$.



4.1.1 Toon aan dat $x^2 - 22,9x - 27\,783 = 0$ (3)

4.1.2 Toon aan dat $x = 179$ eenhede afgerond
tot die naaste heelgetal. (2)

4.1.3 Indien dit verder gegee is dat $\hat{RFE} = 12,8^\circ$,
bereken die waarde van k . (5)

4.2.1 Bepaal die waarde(s) van $\theta \in [0^\circ; 90^\circ]$

waarvoor $\frac{\sin^m \theta - \cos^m \theta}{\tan^m \theta - 1}$ ongedefinieerd is
vir alle reële waardes van m . (2)

4.2.2 Toon dat $\frac{\sin^m \theta - \cos^m \theta}{\tan^m \theta - 1} = \cos^m \theta$ (3)

4.2.3 Vereenvoudig vervolgens so ver as moontlik

$$\frac{\sin \theta - \cos \theta}{\tan \theta - 1} \times \frac{\tan^2 \theta - 1}{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta} \times \frac{\sin^3 \theta - \cos^3 \theta}{\tan^3 \theta - 1} \times \frac{\tan^4 \theta - 1}{\sin^4 \theta - \cos^4 \theta} \times \dots \times \frac{\sin^{2007} \theta - \cos^{2007} \theta}{\tan^{2007} \theta - 1} \quad (2)$$

[17 punte]

Vraestel 2 TEORIE

Graad 11 (en 12) Vraestel 2 kan
bewyse van stellings en/of trigonometrie
formules tot 'n maksimum van **12 punte** verlang.

VRAAG 5

5.1 Verwys na die diagram.

Sirkel met middelpunt O
is gegee.

PQ is 'n raaklyn aan
die sirkel by B.

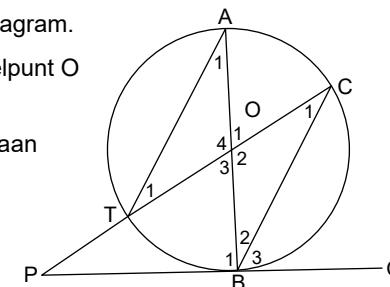
$$\hat{C}_1 = 30^\circ.$$

Bereken die
grootte van die
volgende hoek:

5.1.1 $\hat{O}_3$ (2)

5.1.2 $\hat{A}_1$ (2)

5.1.3 $\hat{P}$ (4)



5.2 Verwys na die diagram.

In sirkel met middelpunt O,

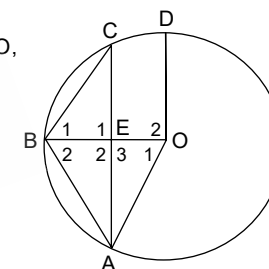
$$\hat{E}_1 = 90^\circ = \hat{O}_2.$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 120^\circ.$$

Bereken die grootte van:

5.2.1 $\hat{C}$ (3)

5.2.2 $\hat{B}_1 + \hat{B}_2$ (5)



[16 punte]

VRAAG 6

Verwys na die figuur.

O is die middelpunt van
die sirkel.

$PQ \parallel RS$ en $\hat{P} = y$

6.1 Bepaal die volgende
hoeke in terme van y :

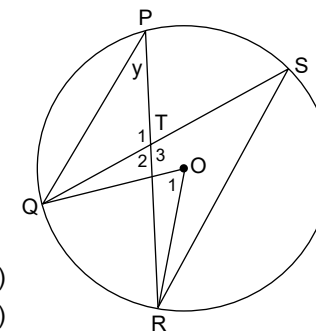
6.1.1 $\hat{O}_1$ (2)

6.1.2 T_2 (5)

6.2 Watter gevolgtrekkings kan gemaak word uit jou
resultate in 6.1 aangaande vierhoek QROT?

Motiveer jou antwoord.

(3)



[10 punte]

EKSAMENMEMO 1D

1.1.1 $24 ; 12 ; 8 ; 6 <$

1.1.2 $7 ; 27 ; 127 ; 627 <$

1.2.1 $\sqrt[4]{\frac{16x^{12}}{y^8}} = \frac{2x^3}{y^2} <$

1.2.2 $\frac{a+b}{a^{-1}+b^{-1}} = (a+b) \div \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = (a+b) \div \frac{b+a}{ab} = (a+b) \times \frac{ab}{a+b} = ab <$

1.3.1 $2x(4x-1) = 15$
 $\therefore 8x^2 - 2x - 15 = 0$
 $\therefore (4x+5)(2x-3) = 0$
 $\therefore x = -\frac{5}{4}$ of $x = \frac{3}{2} <$

1.3.2 $\frac{3}{x^4} = 27$
 $\therefore \left(\frac{3}{x^4}\right)^{\frac{4}{3}} = (3^3)^{\frac{4}{3}}$
 $\therefore x = 3^4 = 81 <$

1.3.3 $\sqrt{10-3x} = x-2$
 $\therefore 10-3x = x^2-4x+4$
 $\therefore x^2-x-6 = 0$
 $\therefore (x-3)(x+2) = 0$
 $\therefore x = 3$ of $x = -2$

Toets $x = 3$: LK = 1 = RK
 $\therefore x = 3 <$

Toets $x = -2$: LK = 4; RK = -4
 $\therefore x = -2$ is ongeldig

1.3.4 $\frac{8}{x^2-4} + \frac{x}{2-x} + \frac{1}{x+2} = 0$
 $\therefore \frac{8}{(x+2)(x-2)} - \frac{x}{x-2} + \frac{1}{x+2} = 0$ $x \neq \pm 2$
 $\therefore 8 - x(x+2) + x - 2 = 0$
 $\therefore 8 - x^2 - 2x + x - 2 = 0$
 $\therefore -x^2 - x + 6 = 0$
 $\therefore x^2 + x - 6 = 0$
 $\therefore (x+3)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -3$ of $x = 2$

Maar $x \neq 2$... sien beperkings in lyn 2
 $\therefore$ Slegs $x = -3 <$

1.3.5 $px^2 - 6x = q$

$\therefore x^2 - \frac{6x}{p} = \frac{q}{p}$
 $\therefore x^2 - \frac{6x}{p} + \frac{9}{p^2} = \frac{q}{p} + \frac{9}{p^2}$
 $\therefore \left(x - \frac{3}{p}\right)^2 = \frac{pq+9}{p^2}$
 $\therefore x - \frac{3}{p} = \pm \sqrt{\frac{pq+9}{p^2}}$
 $\therefore x = \frac{3}{p} \pm \sqrt{\frac{pq+9}{p^2}}$
 $= \frac{3 \pm \sqrt{pq+9}}{p} <$

1.4 $2x^2 + mx + 18 = 0$

$\Delta = m^2 - 4 \times 2 \times 18 = m^2 - 144$

Reële wortels $\Rightarrow \Delta \geq 0$

$\therefore m \leq -12$ of $m \geq 12$



2.1 $72 \quad 59 \quad 48 \quad 39 \quad 32$

2.1.1 1^{ste} verskil $-13 \quad -11 \quad -9 \quad -7$
 2^{de} verskil $2 \quad 2 \quad 2$

$\therefore$ Die konstante 2^{de} verskil = 2 <

2.1.2 $\therefore$ Die formule vir die n^{de} term is 'n kwadratiese uitdrukking.

$\therefore T_n = an^2 + bn + c$

2^{de} verskil, $2a = 2 \Rightarrow a = 1$

$c = T_0 = 72$

& $T_1 = a + b + c = 59$

$\therefore 1 + b + 72 = 59$

$\therefore b = -14 <$

$\therefore T_n = n^2 - 14n + 72 <$

OF, gebruik die formule (soos in Vraestel 1A V2.3.2):

$T_n = 59 + (n-1)(-11) + \frac{(n-1)(n-2)}{2} \times 2$
 $= 59 - 11n + 11 + n^2 - 3n + 2$
 $= n^2 - 14n + 72 <$

2.2 $1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 1 ; 3 \dots$

Herhaling van 5 syfers

$\frac{2014}{5}$ Kwosiënt = 402 en Res = 4

$\therefore T_{2014} = 7 <$

3.1 $265\,000(1-0,2)^3 = R135\,680 <$

3.2 $(8\,500 + x)\left(1 + \frac{0,085}{12}\right)^{60} = 20\,000$
 $\therefore 8\,500 + x = \frac{20\,000}{1,5273\dots}$
 $= 13\,094,99913$
 $\therefore x = 4\,594,99913$
 $= R4\,595 <$



4.1 Oppervlakte van 2 semisirkels = πr^2

Oppervlakte van groot semisirkel = $\frac{1}{2} \times \pi(2r)^2 = 2\pi r^2$

$\therefore$ Waarskynlikheid = $\frac{1}{2} <$

4.2 $P(\text{Gimnasium of Koffie}) = 0,35 + 0,16 = 0,51$

$\therefore P(\text{geen}) = 0,49 <$



5.1 $N(20) = 250 \times 20 - 20^2 = 4\,600$ duisend <

5.2 $250x - x^2 = 15 \times 10^6$
 $= 15 \times 10^3$ duisend

$\therefore x^2 - 250x + 15\,000 = 0$

$\therefore (x-100)(x-150) = 0$

$\therefore x = 100$ of $x = 150$

d.w.s. 100 mm < of 150 mm <

5.3 $N(x) = -x^2 + 250x$

$x_{DP} = \frac{-250}{2(-1)}$
 $= 125$

$\therefore y_{DP} = -125^2 + 250 \times 125$
 $= 15\,625$ duisend
 $= 15\,625\,000 <$



6.1 $m_{AB} = \frac{1-(-4)}{2-(-3)} = \frac{5}{5} = 1$

Vgl.: $y - 1 = 1(x - 2)$

$\therefore y = x - 1 <$



6.2 $f(x) = ax^2 + bx - 5$

C: $-6 = a(-1)^2 + b(-1) - 5$

$\therefore -6 = a - b - 5$

$\therefore b = a + 1 \dots \textcircled{1}$

D: $22 = a \times 3^2 + b \times 3 - 5$

$\therefore 27 = 9a + 3b$

$\therefore 9 = 3a + b \dots \textcircled{2}$

$\therefore 9 = 3a + a + 1$

$\therefore 8 = 4a$

$\therefore a = 2$ en $b = 3 \leftarrow$

6.3 $EF = y_E - y_F$

$= -1 - (-5)$

$= 4$ eenhede $\leftarrow$

6.4 I & H is x-afsnitte van f:

$\therefore 2x^2 + 3x - 5 = 0$

$\therefore (2x+5)(x-1) = 0$

$\therefore x = -\frac{5}{2}$ of $x = 1$

$\therefore IH = \frac{7}{2}$ eenhede $\leftarrow$

6.5 In G: $f(x) = g(x)$

$\therefore 2x^2 + 3x - 5 = x - 1$

$\therefore 2x^2 + 2x - 4 = 0$

$\therefore x^2 + x - 2 = 0$

$\therefore (x+2)(x-1) = 0$

$\therefore x = -2$ of $x = 1$

$\therefore x_G = -2$

& $y_G = -2 - 1$

$= -3$

d.w.s. $G(-2; -3) \leftarrow$

6.6 $x_J = -\frac{3}{4}$

$\therefore y_J = 2\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 3\left(-\frac{3}{4}\right) - 5$

$= -\frac{49}{8}$

& $y_K = -\frac{3}{4} - 1$

$= -\frac{7}{4}$

$\therefore KJ = -\frac{7}{4} + \frac{49}{8}$

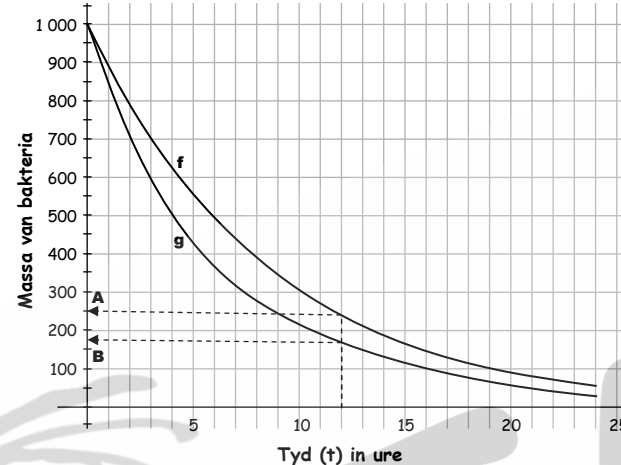
$= \frac{35}{8}$ eenhede $\leftarrow$



8.1 Vir A: $P_0(1 - 0,03)^{4t} \leftarrow$

Vir B: $P_0(1 - 0,025)^{6t}$

8.2



8.3 Die verskil in die massa van bakterie

$= f(12) - g(12)$

$= 1000(1 - 0,03)^{48} - 1000(1 - 0,025)^{72}$

$= 70,2 \leftarrow$

$= 231,762 - 161,555$

Bevestig dat hierdie antwoord doenbaar is deur na A en B op die grafiek in 8.2 te verwys, met die waardes van $f(t)$ en $g(t)$ vir $t = 12$.

Let Wel: $A - B \approx 250 - 180 \approx 70$



9.1.1 Vir 'n lineêre ry is die eerste verskille gelyk.

$\therefore T_2 - T_1 = T_3 - T_2$

$\therefore (2x+1) - (2x-4) = (3x-5) - (2x+1)$

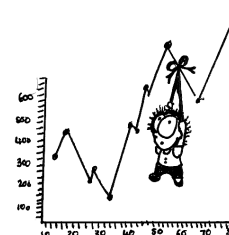
$\therefore 2x+1-2x+4 = 3x-5-2x-1$

$\therefore 5 = x - 6$

$\therefore x = 11 \leftarrow$

9.1.2 Ry: 18 ; 23 ; 28

$d = 5 \leftarrow$



9.2.1 $3 - \frac{9}{p^2} = \frac{26}{p}$

$\times p^2 \therefore 3p^2 - 9 = 26p$

$\therefore 3p^2 - 26p - 9 = 0$

$\therefore (3p+1)(p-9) = 0$

$\therefore p = -\frac{1}{3}$ of $p = 9 \leftarrow$

9.2.2 $3^0 - 3^{2-2x} + 2 = \frac{26}{3^x}$

$\therefore 1 - \frac{3^2}{3^{2x}} + 2 = \frac{26}{3^x}$

$\therefore 3 - \frac{9}{3^{2x}} = \frac{26}{3^x}$

$\therefore p = 3^x$

$\therefore 3^x = -\frac{1}{3}$ of $3^x = 9$

$\therefore x = 2$

ongeldig



9.3.1 $\frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$

$= \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} \times \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}}{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}}$

$= \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}}{(\sqrt{n})^2 - (\sqrt{n+1})^2}$

$= \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}}{n - (n+1)}$

$= \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}}{-1} \times \frac{(-1)}{(-1)}$

$= \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \leftarrow$

9.3.2 $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$

$= \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \dots + \sqrt{100} - \sqrt{99}$

$= +\sqrt{1} - \sqrt{100}$

$= 9 \leftarrow$



2.4.4 Oppv. van $\Delta WOP = \frac{1}{2} OP \cdot OW \dots A = \frac{1}{2}bh$
 $= \frac{1}{2}(10)(5)$
 $= 25 \text{ vierkante eenhede} <$

3.1.1 $r^2 = 12^2 + (-9)^2$
 $= 144 + 81$
 $= 225$
 $\therefore r = 15$
 $\therefore \sin \theta = \frac{-9}{15} = -\frac{3}{5} <$

3.1.2 $\sin \theta = -\frac{3}{5}$
 $\therefore \theta = 360^\circ - 36,9^\circ$
 $= 323,1^\circ <$

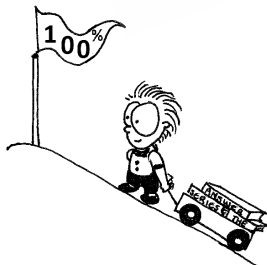
3.1.3 $\frac{x_p}{x_R} = \frac{12}{4} = 3$
 $\therefore \frac{y_p}{y_R} = \frac{-9}{a} = 3$
 $\therefore a = -3 <$

3.2.1 $\frac{\sin A \cdot \cos A \cdot \tan A}{1 - \cos^2 A} = \frac{\sin A \cdot \cos A \cdot \frac{\sin A}{\cos A}}{\sin^2 A} = \frac{\sin^2 A}{\sin^2 A} = 1 <$

3.2.2 $\tan \theta = \frac{\sin A \cdot \cos A \cdot \tan A}{1 - \cos^2 A}$
 $\therefore \tan \theta = 1$
 $\therefore \theta = 45^\circ <$
 of $\theta = 180^\circ + 45^\circ = 225^\circ <$

3.3.1 $\sin x = a <$ 3.3.2 $-\sin x = -a <$ 3.3.3 $-\sin x = -a <$

3.4 $\frac{\tan 300^\circ + \cos(90^\circ + x)}{\sin x + 2\cos(-30^\circ)}$
 $= \frac{(-\tan 60^\circ) + (-\sin x)}{\sin x + 2\cos 30^\circ}$
 $= \frac{-\sqrt{3} - \sin x}{\sin x + 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$
 $= \frac{-(\sin x + \sqrt{3})}{\sin x + \sqrt{3}}$
 $= -1 <$



3.5 $1 - \cos \theta = \cos 44^\circ$
 $\therefore \cos \theta = 0,280660199$
 $\therefore \theta = \pm 73,7^\circ + 360^\circ k, k \in \mathbb{Z} <$
 [OF: $\theta = 73,7^\circ + 360^\circ k <$
 of $\theta = 286,3^\circ + 360^\circ k <$]

3.6.1 In ΔACD : $DC^2 = 4^2 + 7^2 - 2(4)(7)\cos 60^\circ$
 $= 37$
 $\therefore DC = 6,1 \text{ mm} <$

3.6.2 In ΔBCD : $\frac{BC}{\sin 50^\circ} = \frac{6,1}{\sin 70^\circ}$
 $\therefore BC = \frac{6,1 \sin 50^\circ}{\sin 70^\circ}$
 $\therefore BC \approx 5,0 \text{ mm} <$

3.6.3 $\hat{BCD} = 60^\circ$
 $\therefore \text{Oppv. van } \Delta BCD = \frac{1}{2} \times 5 \times 6,1 \times \sin 60^\circ$
 $= 13,2 \text{ mm}^2 < \dots \text{ maar } 13,1 \text{ mm}^2 \text{ met "gestoorde" waardes}$

4.1.1 In ΔPQR , $21^2 + x^2 - 2 \times 21 \times x \times \cos 57^\circ = 168^2$
 $\therefore 441 + x^2 - 22,8748x = 28\,224$
 $\therefore x^2 - 22,9x - 27\,783 = 0$

4.1.2 $x = \frac{-(-22,9) \pm \sqrt{22,9^2 - 4(1)(-27\,783)}}{2(1)}$
 $= 178,5 \text{ of } -155,6 \text{ n/a}$
 $\approx 179 <$

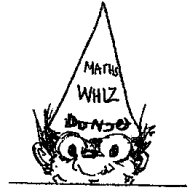
4.1.3 $QE = k(FE)$
 $\therefore k = \frac{QE}{FE} <$
 In ΔRFE : $FR = \frac{1}{2}x = 89,5$
 $\& \frac{FE}{FR} = \cos 12,8^\circ$
 $\therefore FE = 89,5 \cos 12,8^\circ$
 $= 87,275\dots$
STO A
 Ook: $\frac{RE}{FR} = \sin 12,8^\circ \Rightarrow RE = 89,5 \sin 12,8^\circ$
 $= 19,828\dots$

$\& \text{ In } \Delta QRE: QE^2 = 168^2 - RE^2$
 $\therefore QE = 166,825\dots$
 $\therefore k \approx 1,9 <$



4.2.1 Ongedefinieer wanneer ...
 $\tan^m \theta = 1 \dots \text{noemer} = 0$ OF $\tan \theta$ ongedefinieer
 $\therefore \tan \theta = \pm 1$
 $\therefore \theta = 45^\circ <$

4.2.2 **LK** $= \frac{\sin^m \theta - \cos^m \theta}{\tan^m \theta - 1}$
 $= \frac{\sin^m \theta - \cos^m \theta}{\frac{\sin^m \theta}{\cos^m \theta} - 1} \left(\times \frac{\cos^m \theta}{\cos^m \theta} \right)$
 $= \frac{\cos^m \theta (\sin^m \theta - \cos^m \theta)}{\sin^m \theta - \cos^m \theta}$
 $= \cos^m \theta$
 $= \text{RK} <$



4.2.3 $\frac{\sin \theta - \cos \theta}{\tan \theta - 1} \times \frac{\tan^2 \theta - 1}{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta} \times \frac{\sin^3 \theta - \cos^3 \theta}{\tan^3 \theta - 1} \times \dots \times \frac{\tan^{2007} \theta - 1}{\sin^{2007} \theta - \cos^{2007} \theta}$
 $= \cos \theta \times \frac{1}{\cos^2 \theta} \times \cos^3 \theta \times \frac{1}{\cos^4 \theta} \times \dots \times \cos^{2007} \theta$
 $= \left(\cos \theta \times \frac{1}{\cos^2 \theta} \right) \times \left(\cos^3 \theta \times \frac{1}{\cos^4 \theta} \right) \times \dots \times \cos^{2007} \theta$
 $= \left(\frac{1}{\cos \theta} \right) \left(\frac{1}{\cos \theta} \right) \dots 1003 \text{ keer} \times \cos^{2007} \theta$
 $= (\cos \theta)^{-1003} \times \cos^{2007} \theta$
 $= (\cos \theta)^{-1003+2007}$
 $= (\cos \theta)^{1004}, \text{ d.w.s. } \cos^{1004} \theta <$

[OF: $\cos \theta \times \left(\frac{1}{\cos^2 \theta} \times \cos^3 \theta \right) \times \left(\frac{1}{\cos^4 \theta} \times \cos^5 \theta \right) \times \dots$
 $\dots \times \left(\frac{1}{\cos^{2006} \theta} \times \cos^{2007} \theta \right)$
 $= \cos \theta \cdot \cos \theta \cdot \cos \theta \cdot \dots \cdot \cos \theta$
 $= (\cos \theta)^{1+\frac{2006}{2}}$
 $= \cos^{1004} \theta <$]

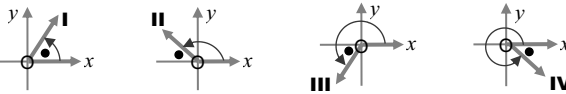
5.1.1 $\hat{O}_3 = 2\hat{C}_1 \dots \text{middelpunts } \angle = 2 \times \text{omtreks } \angle$
 $\therefore \hat{O}_3 = 60^\circ <$

TRIG OPSOMMING (Graad 11)

► HOEKE IN STANDAARDPOSISIES

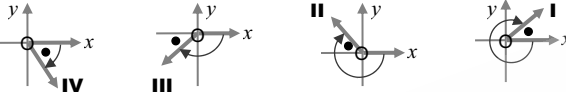
• Positiewe $\angle^e$

(antiklokgewys van 0° tot 360°):

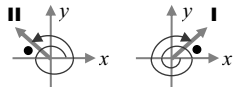


• Negatiewe $\angle^e$

(klokgewys van 0° tot -360°):



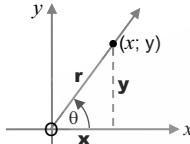
Ook moontlik:



► DIE VERHOUDINGS

& hulle

• Definisies:



• Tekens:

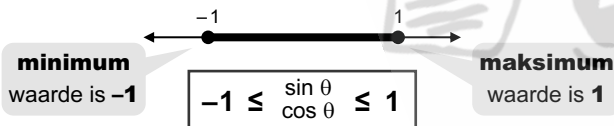
$\sin \theta$ is positief in I & II
 $\cos \theta$ is positief in I & IV
 $\tan \theta$ is positief in I & III

• Kritieke waardes:

$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$	$\frac{y}{x}$

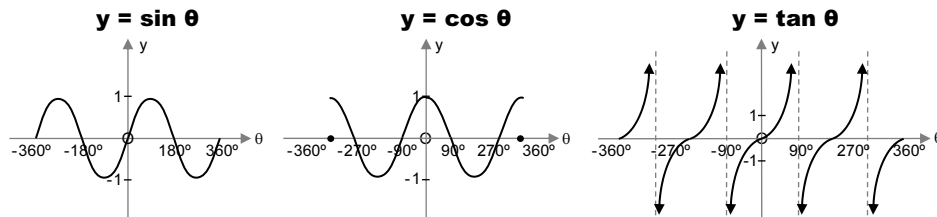
• Minimum & Maksimum waardes van $\sin \theta$ & $\cos \theta$:

Die waardes van $\sin \theta$ & $\cos \theta$ strek van -1 tot 1 .



Alle waardes is **egte breuke** of **0** of ± 1 .

• Grafieke:



► IDENTITEITE

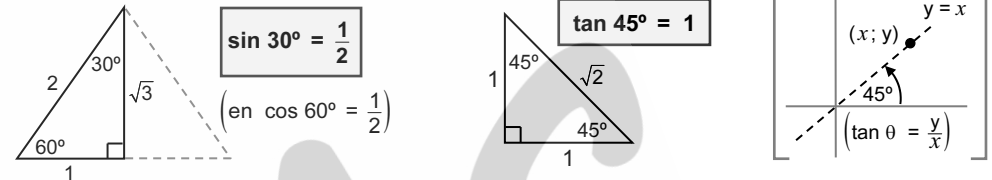
$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

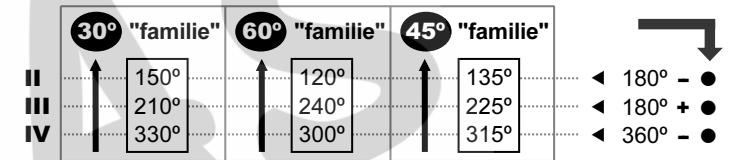
$$\therefore \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\text{ \& } \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

► SPESIALE $\angle^e$



& HUL "FAMILIES":



► ALGEMENE VORMS

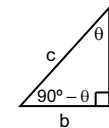
ENIGE verhouding $\left(\begin{matrix} 180^\circ \pm \theta \\ 360^\circ - \theta \\ -\theta \end{matrix} \right) = \pm$ daardie **SELFDE** verhouding van θ

► KO-VERHOUDINGS (sinus en kosinus)

• $90^\circ - \theta$ ('n skerphoek)

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

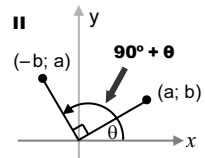
$$\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$



• $90^\circ + \theta$ ('n stomphoek)

$$\sin(90^\circ + \theta) = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ + \theta) = -\sin \theta$$



Die verhouding **VERANDER** na die **KO**-verhouding

► OPLOSSING VAN Δ^e

In Reghoekige Δ^e , gebruik ons:

- Gewone trig. verhoudings
- die Stelling van Pythagoras
- Oppv. = $\frac{1}{2}bh$

In Nie-Reghoekige Δ^e , gebruik ons:

• Sinusreël:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

• Kosinusreël:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

• Oppervlaktereël:

$$\text{OPPV.} = \frac{1}{2}ab \sin C$$

Maar ook: Oppv. van $\Delta = \frac{1}{2}bh$