



EUKLIDIESE MEETKUNDE



INHOUDSRAAMWERK

- LYNE
- DRIEHOEKE
- VIERHOEKE
- SIRKELS (Gr 11)

(Gr 8 → 10)

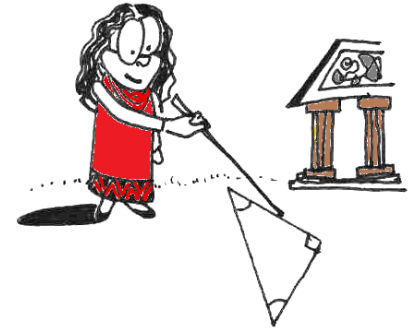
Gr 12?



Gr 12: Stelling van Pythagoras (Gr 8)

Gelykvormige Δ^e (Gr 9)

Middelpuntstelling (Gr 10)



& Die Eweredigheidsstelling

Verhouding

Eweredigheids

Oppervlakte

SIRKELMEETKUNDE

Die Taal (Woordeskat)

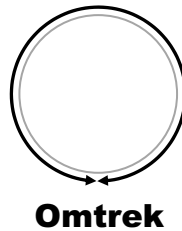
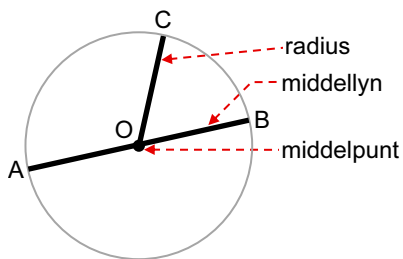
GROEP I : Sirkels met middelpunt

GROEP II : Sirkels met geen middelpunt

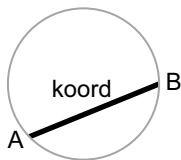
Middelpunt

Middellyn

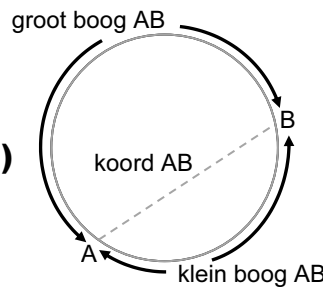
Radius



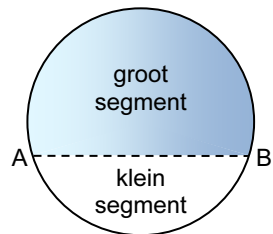
Koorde



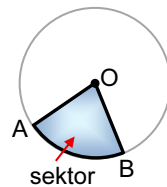
Boë (groot & klein)



Segmente (groot & klein)

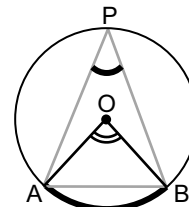


Sektore

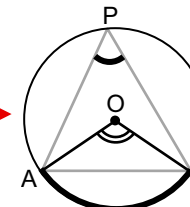


'ONDERSPAN' ...

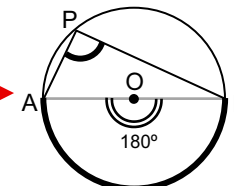
Verstaan die woord!



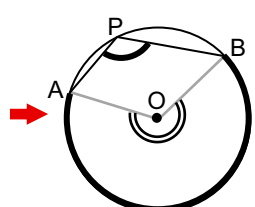
Figuur 1



Figuur 2



Figuur 3



Figuur 4

Middelpunts- en Omtrekshoeke

In al die figure **onderspan** boog AB (\widehat{AB}), of koord AB:

- 'n **middelpuntshoek**, $\hat{A}OB$, by die **middelpunt** van die sirkel, en
- 'n **omtrekshoek**, $\hat{A}PB$, op die **omtrek** van die sirkel.

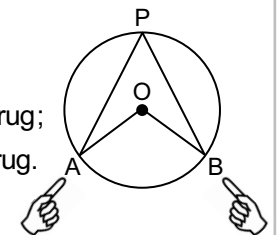


Neem in ag dat **onderspan**, **ondersteun** beteken.

Om te verseker dat jy die betekenis van die woord 'onderspan' verstaan:

- Neem **elk** van die figure:

- › Plaas jou wysvingers op A & B;
- › beweeg langs die radiusse om by O te ontmoet en terug;
- › beweeg dan om by P op die omtrek te ontmoet en terug.



- Draai jou boek onderstebo en skuins.

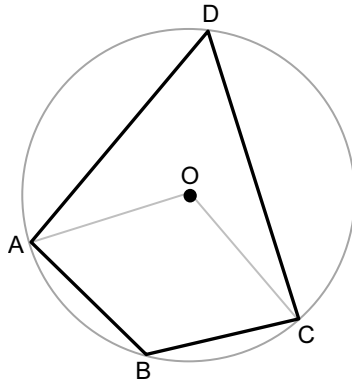
Jy moet die verskillende aansigte van hierdie situasies kan herken.

- Let op of die hoeke skerp, stomp, reghoekig, gestrek of inspringend (refleks) is.

- Teken Figure 1 tot 4 (hierbo) oor, laat die koord AB heeltemal uit en **let op die boog** wat die middelpunts- en omtrekshoeke in elke geval, onderspan.

GROEP III : Koordevierhoeke

'n **Koordevierhoek** is 'n vierhoek met al vier hoekpunte op die omtrek van 'n sirkel.



Punte A, B, C en D is **konsiklies**, d.w.s. hulle lê op dieselfde sirkel.



Let Wel: Vierhoek AOCB is **nie** 'n koordevierhoek nie, want punt O is **nie** op die omtrek **nie!** (A, O, C en B is **nie** konsiklies **nie**)

Ons benoem *vierhoeke* deur kloksgewys, of antikloksgewys te gaan en opeenvolgende hoekpunte te gebruik, d.w.s. ABCD of ADCB, **nie** ADBC **nie**.

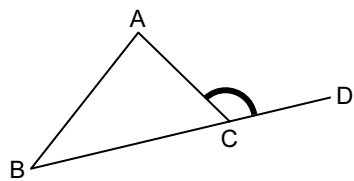


Buitehoeke van veelhoeke

Die **buitehoek** van enige veelhoek is 'n hoek wat gevorm word tussen een sy van die veelhoek en 'n ander sy wat *verleng* is.

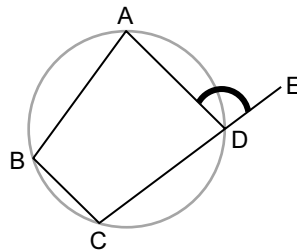


bv. 'n driehoek



$\hat{A}CD$ is 'n **buite** \angle van $\triangle ABC$.
[LW: BCD is 'n reguitlyn!]

bv. 'n vierhoek/koordevierhoek

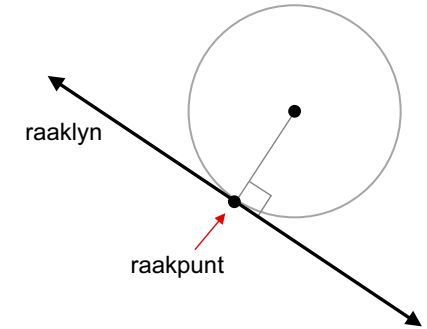


$\hat{A}DE$ is 'n **buite** \angle van kvh. ABCD.
[LW: CDE is 'n reguitlyn!]

GROEP IV : Raaklyne

Spesiale lyn

- 'n **Raaklyn** is 'n lyn wat 'n sirkel by slegs een punt *raak*.

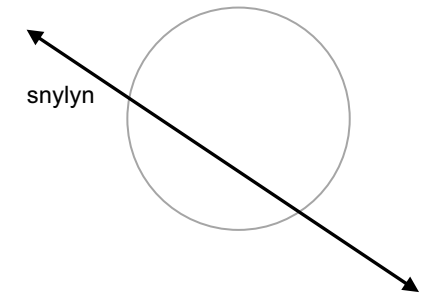


LW:

Daar word aangeneem dat die raaklyn aan 'n sirkel loodreg is op die radius/middellyn van die sirkel by die raakpunt.



- 'n **Snylyn/sekans** is 'n lyn wat 'n sirkel (in twee punte) *sny*.

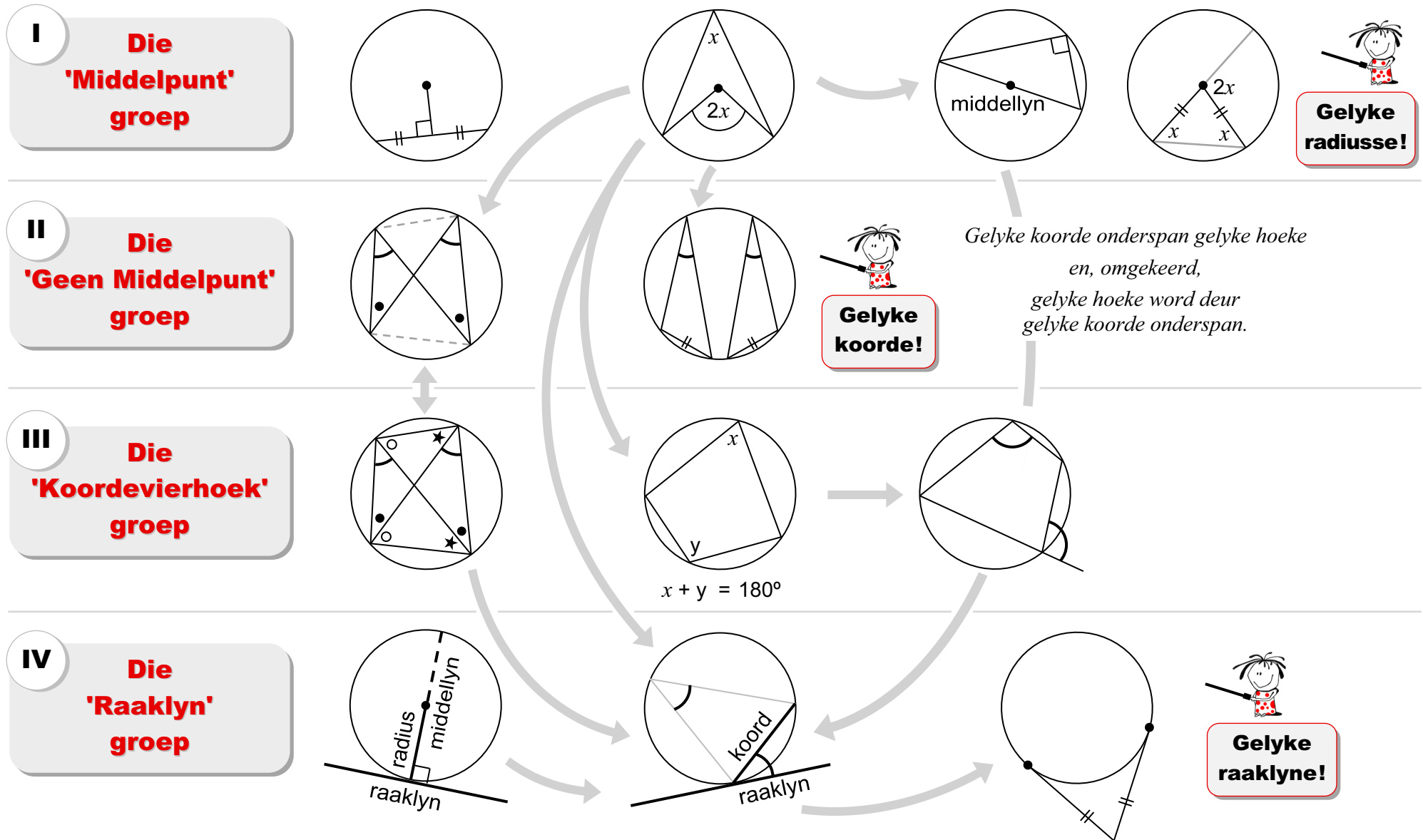


Die 4 Groepe Sirkelmeetkunde Stellings

Ons verdeel die Sirkelmeetkunde stellings in 4 groepe, wat dit makliker maak om al die stellings sistematies te herroep. (Sien die opsomming op die volgende bladsy.)

GROEPERING VAN SIRKELMEETKUNDE STELLINGS

Die grys pyle dui aan hoe verskillende stellings gebruik word om daaropvolgendes te bewys

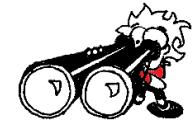


VISUALISEER BEWYSE VAN STELLINGS

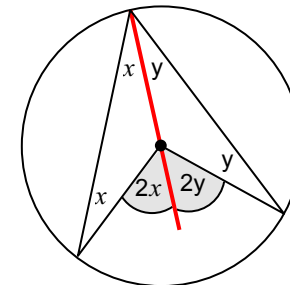
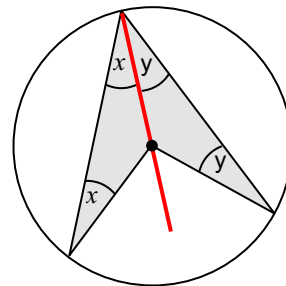
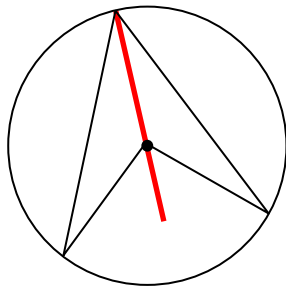
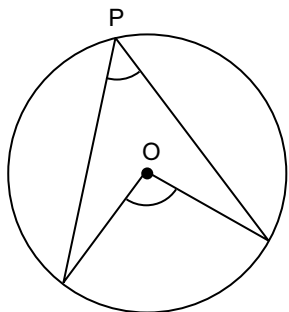
Die gebruik van VISUALISERING om bewyse van stellings te verstaan en te bemeester . . .

Om suksesvol te wees in Meetkunde, is dit baie belangrik om die bewyse van stellings te verstaan.

Woorde vs. Voorstellings?



Bewys die stelling: Middelpuntshoek is 2 keer die omtrekshoek (Stelling 3 op bl. 1.5)

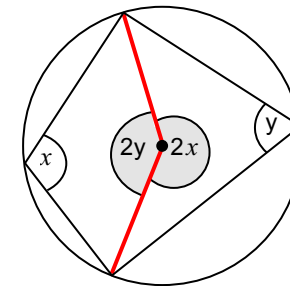
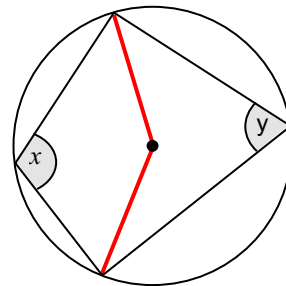
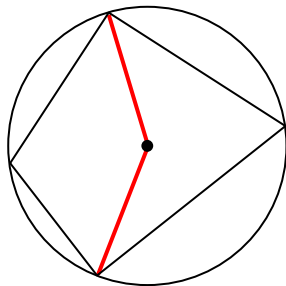
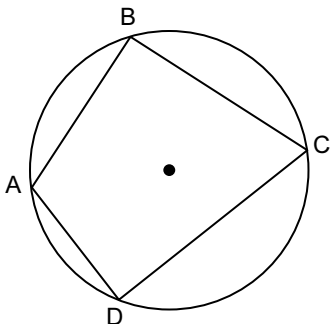


$$2x + 2y = 2(x + y)$$

Gedoen!



Bewys die stelling: Teenoorstaande hoeke van 'n koordevierhoek is supplementêr (Stelling 4 op bl. 1.5)



$$2x + 2y = 360^\circ$$

... omwenteling

$$\therefore x + y = 180^\circ$$

Gedoen!



EUKLIDIESE MEETKUNDE (36,7%): DBO NOVEMBER 2022

VRAAG 8 55%

8.1 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel. MNPR is **71%** 'n koordevierhoek en SN is 'n middellyn van die sirkel.

Koord MS en radius OR is getrek.

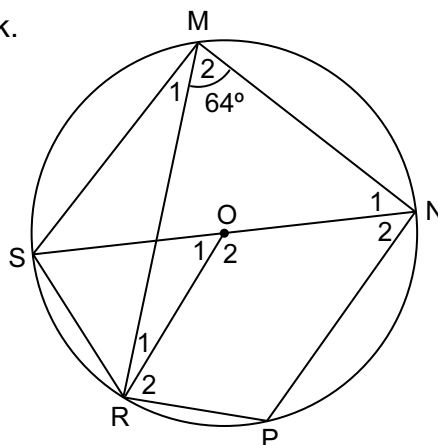
$$\hat{M}_2 = 64^\circ$$

Bepaal, met redes, die grootte van die volgende hoeke:

8.1.1 \hat{P} (2)

8.1.2 \hat{M}_1 (2)

8.1.3 \hat{O}_1 (2)



MEMO'S

8.1.1 $\hat{P} = 180^\circ - 64^\circ \dots$ **teenoorst. \angle^e van kvh**
 $= 116^\circ \blacktriangleleft$

8.1.2 $\widehat{SMN} = 90^\circ \dots$ \angle **in semi- \odot**
 $\therefore \hat{M}_1 = 90^\circ - 64^\circ$
 $= 26^\circ \blacktriangleleft$



8.1.3 $\hat{O}_1 = 2\hat{M}_1 \dots$ **middelpunts $\angle = 2 \times$ omtreks \angle**
 $= 52^\circ \blacktriangleleft$

Algemene Foute en Wanopvattinge

- (a) In **V8.1.1** het sommige kandidate dit verkeerdelik gestel dat $\hat{P} = \hat{M}_2$ met die rede dat die teenoorstaande hoeke van 'n koordevierhoek gelyk is. Ander kandidate het nie voldoende inligting in die rede verskaf nie. Teenoorstaande hoeke, en teenoorstaande hoeke is supplementêr, is nie as korrek aanvaar nie.
- (b) In die beantwoording van **V8.1.2**, het sommige kandidate verkeerdelik gestel dat $\hat{M}_1 = \hat{O}_1$ met die rede dat hulle hoeke in dieselfde segment was. Sommige kandidate het die rede as reghoekige driehoek gegee. Dit is nie as korrek aanvaar nie.
- (c) In **V8.1.3** kon sommige kandidate nie daarin slaag om die verband tussen \hat{M}_1 en \hat{O}_1 te sien, waar die middelpuntshoek twee maal die omtrekshoek is nie.

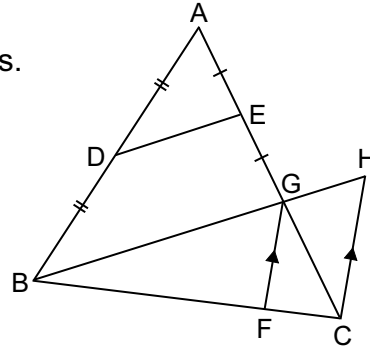


VRAAG 8 (verv.)

42%

8.2 In die diagram is $\triangle ABG$ geskets.

D en E is middelpunte van AB en AG onderskeidelik. AG en BG word na C en H onderskeidelik verleng. F is 'n punt op BC sodanig dat $FG \parallel CH$.



8.2.1 Gee 'n rede waarom $DE \parallel BH$. (1)

8.2.2 Indien dit verder gegee word dat $\frac{FC}{BF} = \frac{1}{4}$,
 $DE = 3x - 1$ en $GH = x + 1$, bereken, met redes, die waarde van x . (6) [13]

Algemene Foute en Wanopvatting

(d) In **V8.2.1** kon baie kandidate nie die korrekte rede gee vir die lyne wat ewewydig is nie. Hulle het die stelling met sy omgekeerde verwar. Antwoorde wat gegee is, was die **eweredigheidstelling**, in plaas van die **omgekeerde eweredigheidstelling**; of die **omgekeerde middelpuntstelling**, in plaas van die **middelpuntstelling**.

MEMO

8.2.1 **OMGEKEERDE** Middelpuntstelling

Vir diegene wat nie vertrou is met **die Middelpuntstelling** nie; jy kan die omgekeerde van die Eweredigheidstelling gebruik.

Algemene Foute en Wanopvatting

(e) In **V8.2.2** het baie kandidate **aangeneem** dat $BG = DE$ alhoewel dit nie in die gegewe diagram die geval was nie. Sommige kandidate het **algebraïese foute**, bv. $4(x + 1) = 4x + 1$ gemaak.

Algebra!

Ander kandidate het verkeerdlik neergeskryf

$\frac{BF}{FC} = \frac{BG}{DE}$ in plaas van $\frac{BF}{FC} = \frac{BG}{GH}$. Sommige kandidate het nie **die ewewydige lyne in die rede genoem nie**.

MEMO



8.2.2 In $\triangle ABG$:

$$BG = 2(3x - 1) \dots \text{middelpuntstelling}$$

$$\therefore BG = 6x - 2$$

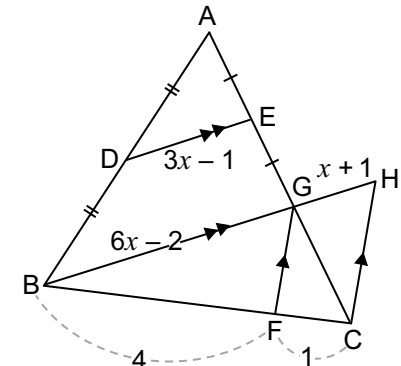
& In $\triangle BCH$: $\frac{GH}{BG} = \frac{1}{4} \dots \text{middelpuntstelling}; \mathbf{FG \parallel CH}$

$$\therefore \frac{x + 1}{6x - 2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 6x - 2 = 4x + 4$$

$$\therefore 2x = 6$$

$$\therefore x = 3 \leftarrow$$



VRAAG 8: Voorstelle vir Verbetering

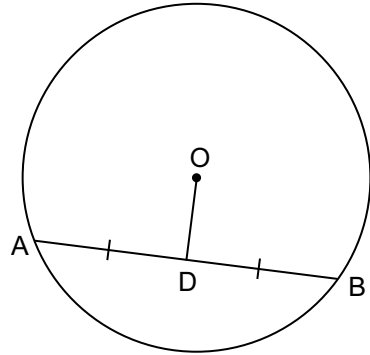


- (a) Die geheim om Euklidiese Meetkunde suksesvol te beantwoord, is om ten volle bekend te wees met die **terminologie** van hierdie afdeling. Hiervoor moet onderwysers die betekenis van **koord**, **raaklyn**, **koordevierhoek**, ens. verduidelik sodat leerders in staat sal wees om dit korrek te gebruik.
- (b) Onderwysers moet die **basiese werk** deeglik behandel. 'n Verduideliking van die **stelling** moet van 'n **diagram**, waar die verband getoon word, vergesel word.
- (c) Onderwysers word aangemoedig om met onderrig die **'Aanvaarbare Redes'** in die *Eksamenriglyne* te gebruik. Dit moet reeds van so vroeg soos Graad 8 gedoen word.
- (d) Leerders moet aangemoedig word om die gegewe **inligting en die diagram deeglik deur te werk** vir **leidrade** oor **watter stellings** gebruik kan word, wanneer die vraag beantwoord word.
- (e) Leerders moet geleer word dat **alle stellings van redes vergesel moet word**. Dit is **noodsaaklik** dat die **ewewydige lyne** genoem word wanneer gestel word dat **ooreenkomstige hoeke** gelyk is, **verwisselende hoeke** gelyk is, die som van die **ko-binnehoeke** 180° is of wanneer die **eweredigheid-afsnitstelling** gebruik word.



VRAAG 9 37%

9.1 In die diagram is O die middelpunt van 'n sirkel. OD halveer koord AB. **56%**



Bewys die stelling wat beweer dat die lyn wat vanaf die middelpunt van 'n sirkel getrek word en 'n koord halveer, loodreg op die koord is, met ander woorde $OD \perp AB$.

(5)



Algemene Foute en Wanopvattinge

- (a) In **V9.1** het baie kandidate die rede dat hoeke op 'n reguitlyn supplementêr is, uitgelaat. Sommige kandidate het **gelykvormigheid** in plaas van **kongruensie** gebruik om hierdie stelling te bewys. Baie kandidate het in die bewys gestel dat **OD loodreg op AB was**. Dit het tot 'n **ineenstorting** gelei omdat hierdie kandidate **onduidelik was oor watter inligting gegee was** en **wat hul moes bewys**.

MEMO'S

9.1 Bewys van stelling



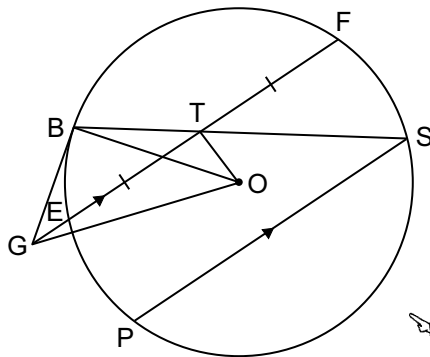
Algemene Foute en Wanopvattinge

VRAAG 9 (verv.)

9.2 In die diagram is E, B, F, S en P punte op die sirkel met middelpunt O. GB is 'n raaklyn aan die sirkel by B. FE word verleng om die raaklyn by G te ontmoet. OT is getrek sodanig dat T die middelpunt van EF is. GO en BO is getrek. BS is deur T getrek. $PS \parallel GF$.

26%

Skets oorgeteken.



Bewys, met redes, dat:

9.2.1 OTBG 'n koordevierhoek is (5)

9.2.2 $\hat{G}OB = \hat{S}$ (4)

[14]

- (b) In **V9.2.1** kon baie kandidate nie identifiseer dat die radius na die middelpunt van die koord getrek is nie. Dié wat kon bewys dat OTBG 'n koordevierhoek was, het die verkeerde rede, hoeke in dieselfde segment, in plaas van **omgekeerde hoeke in dieselfde segment**, gegee.
- (c) Met die beantwoording van **V9.2.2**, het sommige kandidate gestel dat BG en OG gelyk was omdat hulle raaklyne vanuit 'n gemeenskaplike punt was. Dit was verkeerd omdat OG nie 'n raaklyn aan die sirkel was nie. 'n Groot uitdaging in hierdie vraag was die swak benoeming van hoeke. Kandidate sou na \hat{T} verwys terwyl daar 'n hele aantal hoeke rondom punt T is.

MEMO'S

9.1 Bewys van stelling

9.2.1 $\hat{G}BO = 90^\circ \dots$ raaklyn \perp radius

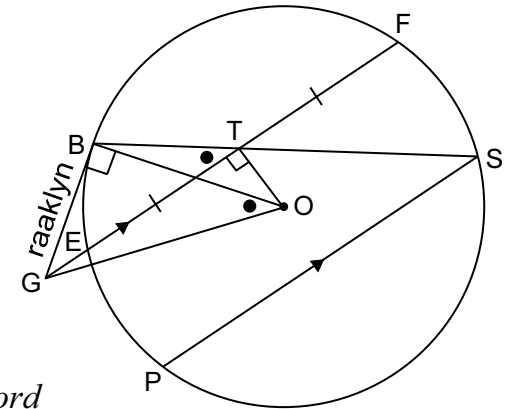
$\hat{O}TG = 90^\circ \dots$ lyn vanuit midpt na midpt van koord

$\therefore \hat{G}BO = \hat{O}TG$

\therefore OTBG is 'n koordevierhoek $\leftarrow \dots$ omgekeerde \angle^e in dieselfde segment

9.2.2 $\hat{G}OB = \hat{G}TB \dots \angle^e$ in dieselfde segment

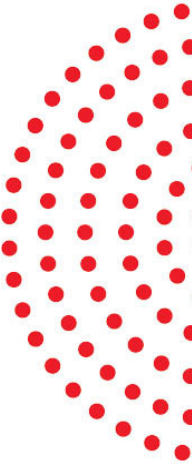
$= \hat{S} \leftarrow \dots$ ooreenkomstige \angle^e ; $PS \parallel GF$



VRAAG 9: Voorstelle vir Verbetering



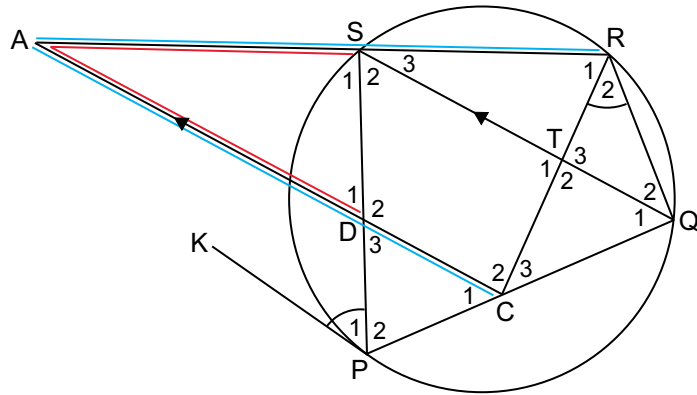
- (a) Leerders moet geleer word dat 'n **konstruksie** vereis word om 'n stelling te bewys. **Indien die konstruksie nie getoon word nie**, word die bewys as 'n **ineenstorting** beskou en kry hulle geen punte nie. Onderwysers moet **teorie** in kort toetse en take **vaslê**.
- (b) Onderwysers moet daarop fokus om leerders se vaardighede te ontwikkel om die **vraag en die diagram te analiseer** vir **leidrade** oor **watter stellings** nodig is om die vrae korrek te beantwoord.
- (c) Leerders moet gedwing word om **aanvaarbare redes** in Euklidiese Meetkunde te gebruik. Onderwysers moet die **verskil tussen** 'n **stelling en sy omgekeerde** verduidelik. Hulle moet ook die **voorwaardes vir watter stellings van toepassing is** en **wanneer die omgekeerde van toepassing sal wees**, verduidelik.
- (d) Leerders moet in Euklidiese Meetkunde blootgestel word aan vrae wat die stellings en die omgekeerdes insluit. **Wanneer bewys word dat 'n vierhoek 'n koordevierhoek is, mag sirkelterminologie nie gebruik word wanneer na die vierhoek verwys word nie.**
- (e) Leerders moet ontmoedig word om korrekte stellings wat nie met die oplossing verband hou nie, neer te skryf. **Geen punte word toegeken vir stellings wat nie tot die oplos van die probleem lei nie.**
- (f) Daar moet vir leerders gesê word dat die sukses in die beantwoording van Euklidiese Meetkunde in gereelde oefening lê, waar daar by dit wat maklik is begin word en mettertyd na dit wat moeilik is, gewerk word.
- (g) Onderwysers moet tyd spandeer om die **benoeming van hoeke** te bespreek. Die aanvaarbare metodes is \hat{T} of \hat{T}_1 of $\hat{O\hat{T}S}$. Onderwysers moet dit duidelik maak wanneer dit aanvaarbaar is om na 'n hoek as \hat{T} te verwys en wanneer daarna as \hat{T}_1 verwys moet word.



VRAAG 10 18%

In die diagram is PQRS 'n koordevierhoek. KP is 'n raaklyn aan die sirkel by P. C en D is punte op koorde PQ en PS onderskeidelik en CD verleng, ontmoet RS verleng, by A.

CA || QS. RC is getrek. $\hat{P}_1 = \hat{R}_2$.



Bewys, met redes, dat:

19%

10.1 $\hat{S}_1 = \hat{T}_2$ (4)

25%

10.2 $\frac{AD}{AR} = \frac{AS}{AC}$ (5)

7%

10.3 $AC \times SD = AR \times TC$ (4)

[13]

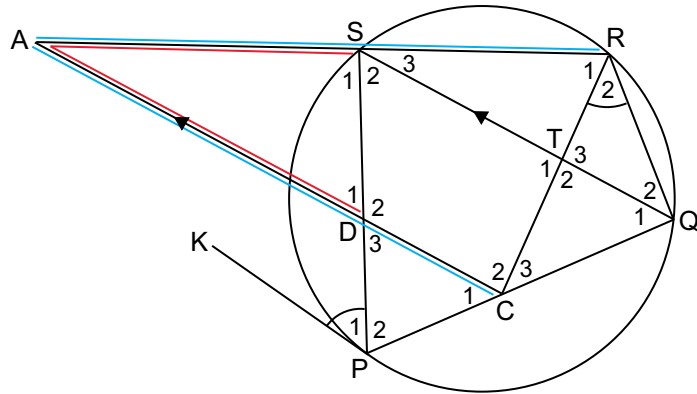
Algemene Foute en Wanopvattinge

- (a) 'n Redelike aantal kandidate het **verkeerde aannames** gemaak in die beantwoording van **V10.1**.
Onder andere dat: $\hat{S}_1 = 90^\circ$ en $\hat{C}_2 = 90^\circ$, $\hat{P}_1 = \hat{R}_1 + \hat{R}_2$ met die rede *buitehoek van koordevierhoek*, $\hat{P}_1 = \hat{C}_1$ met die rede *raaklyn-koord stelling* en $\hat{S}_2 = \hat{R}_2$ met die rede *hoeke in dieselfde segment*.
- (b) In **V10.2** het sommige kandidate probeer om te bewys die verhoudings is gelyk deur die **eweredigheidstelling** te gebruik in plaas van **gelykvormige driehoeke**. 'n Algemene fout wat kandidate wat wou bewys dat $\triangle ASD$ gelykvormig is aan $\triangle ACR$, gemaak het, was om net te stel dat $\hat{S}_1 = \hat{C}_2$ **sonder enige bewys of redes**. Dit is as 'n **ineenstorting** in die antwoord beskou.
- (c) Daar is in **V10.3** van kandidate verwag om 'n eweredigheid **vanaf** die **gelykvormige driehoeke** in **V10.2** te verkry, die **eweredigheid-afsnitstelling** in $\triangle RAC$ te gebruik om 'n **tweede eweredigheid** daar te stel en dan die twee te kombineer. Baie kandidate kon nie daarin slaag om die een of die ander eweredigheid te kry nie en kon dus nie by die gevolgtrekking uitkom nie.

VRAAG 10

In die diagram is PQRS 'n koordevierhoek. KP is 'n raaklyn aan die sirkel by P. C en D is punte op koorde PQ en PS onderskeidelik en CD verleng, ontmoet RS verleng, by A.

CA || QS. RC is getrek. $\hat{P}_1 = \hat{R}_2$.



Bewys, met redes, dat:

$$10.1 \quad \hat{S}_1 = \hat{T}_2 \quad (4)$$

$$10.2 \quad \frac{AD}{AR} = \frac{AS}{AC} \quad (5)$$

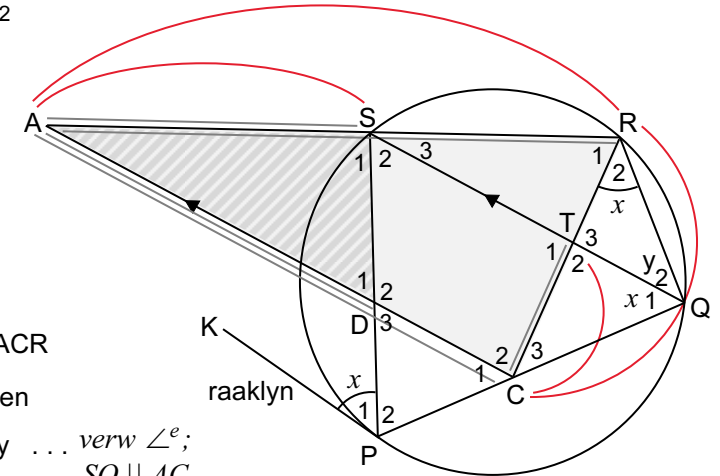
$$10.3 \quad AC \times SD = AR \times TC \quad (4)$$

[13]

MEMO'S

$$10.1 \text{ Laat } \hat{P}_1 = \hat{R}_2 = x \\ \hat{Q}_1 = x \dots \text{ raaklyn-koord stelling}$$

$$\text{Laat } \hat{Q}_2 = y \\ \therefore \hat{T}_2 = x + y \dots \text{ buite } \angle \text{ van } \triangle RTQ \\ \therefore \hat{S}_1 = x + y \dots \text{ buite } \angle \text{ van koordevierhoek} \\ \therefore \hat{S}_1 = \hat{T}_2$$



10.2 In \triangle^e ASD en ACR

$$(1) \quad \hat{A} \text{ is gemeen} \\ (2) \quad \hat{C}_2 = x + y \dots \text{ verw } \angle^e; \\ \therefore \hat{S}_1 = \hat{C}_2 \quad SQ \parallel AC$$

$$\therefore \triangle ASD \parallel \triangle ACR \quad \dots \angle \angle \angle \\ \therefore \frac{AD}{AR} = \frac{AS}{AC} \quad \leftarrow \quad \dots = \frac{SD}{CR}$$

$$10.3 \quad \frac{AS}{AC} = \frac{SD}{CR} \quad \dots \text{ gelykvormige } \triangle^e \text{ in } 10.2 \\ \therefore AS \cdot CR = AC \cdot SD \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\& \text{ In } \triangle ACR: \frac{AS}{AR} = \frac{CT}{CR} \quad \dots \text{ eweredigh.stelling; } CA \parallel TS \\ \therefore AS \cdot CR = AR \cdot CT \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\text{Vanaf } \textcircled{1} \text{ \& } \textcircled{2}: \\ \therefore AC \cdot SD = AR \cdot TC \quad \leftarrow$$



VRAAG 10: Voorstelle vir Verbetering

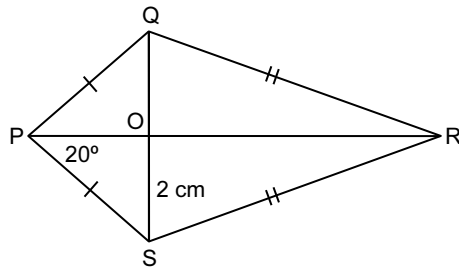


- (a) **In alle grade moet meer tyd aan die onderrig van Euklidiese Meetkunde spandeer word.** Meer oefening in Graad 11 en 12 Euklidiese Meetkunde sal leerders help om die analise van stellings en diagramme te verstaan. Hulle moet die gegewe inligting noukeurig lees sonder om enige **aannames** te maak. Wanneer hierdie werk in die klas behandel word, moet dit verskillende aktiwiteite en alle vlakke van die taksonomie insluit.
- (b) Onderwysers moet van leerders verwag om die **diagramme** in die Antwoordboek te **gebruik** om **hoeke en sye** wat gelyk is, **aan te dui** en om **inligting** wat bereken is **daarop aan te dui**.
- (c) Leerders moet daarop gewys word dat daar in die eksamen **geen punte toegeken word** vir die neerskryf van korrekte, maar **irrelevante stellings**, nie.

GR 10 – 12 EKSEMPLAAR MEETKUNDE

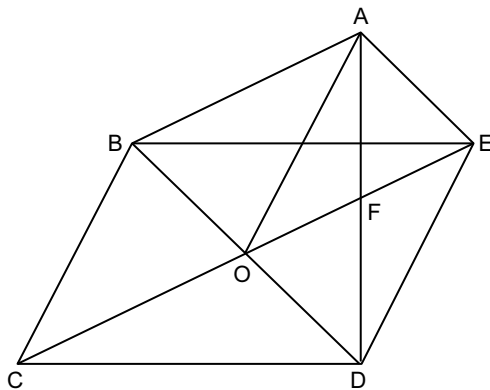
GRAAD 10: VRAE

1. PQRS is 'n vlieër sodanig dat die hoeklyne mekaar by O sny. OS = 2 cm en $\hat{OPS} = 20^\circ$.



- 1.1 Skryf die lengte van OQ neer. (2)
 1.2 Skryf die grootte van \hat{POQ} neer. (2)
 1.3 Skryf die grootte van \hat{QPS} neer. (2) [6]

2. In die diagram is BCDE en AODE **parallelogramme**.



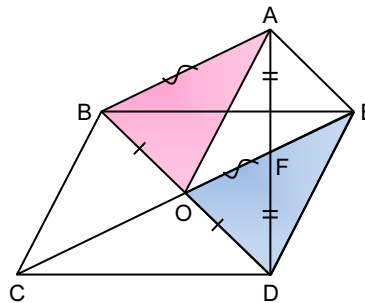
- 2.1 Bewys dat $OF \parallel AB$. (4)
 2.2 Bewys dat ABOE 'n **parallelogram** is. (4)
 2.3 Bewys dat $\triangle ABO \cong \triangle EOD$. (5) [13]

GRAAD 10: MEMO'S

- 1.1 $OQ = 2 \text{ cm}$ \leftarrow ... die langer hoeklyn van 'n vlieër halveer die korter hoeklyn
 1.2 $\hat{POQ} = 90^\circ$ \leftarrow ... die hoeklyne van 'n vlieër sny mekaar reghoekig
 1.3 $\hat{QPO} = 20^\circ$... die langer hoeklyn van 'n vlieër halveer die (teenoorstaande) hoek van 'n vlieër
 $\therefore \hat{QPS} = 40^\circ$ \leftarrow

Wenk:

Gebruik kleurpotlode om die verskillende \parallel^m en \triangle^e aan te dui.



Die ingekleurde \triangle^e (en hul sye) verwys na Vraag 2.3.

- 2.1 In $\triangle DBA$:
 O is die midpt van BD ... hoeklyne van $\parallel^m BCDE$ halveer mekaar
 & F is die midpt van AD ... hoeklyne van $\parallel^m AODE$ halveer mekaar
 $\therefore OF \parallel AB$ \leftarrow ... die lyn wat die middelpunte van twee sye van 'n \triangle verbind is \parallel aan die 3^{de} sy

- 2.2 $AE \parallel OD$... teenoorst. sye van $\parallel^m AODE$
 $\therefore AE \parallel BO$
 en $OF \parallel AB$... hierbo bewys
 $\therefore OE \parallel AB$
 $\therefore ABOE$ is 'n \parallel^m ... albei pare teenoorstaande sye is ewewydig

OF: In $\parallel^m AODE$: $AE = OD$ en $AE \parallel OD$... teenoorst. sye van \parallel^m

Maar $OD = BO$... O bewys midpt van BD in 2.1

$\therefore AE = BO$ en $AE \parallel BO$

$\therefore ABOE$ is 'n \parallel^m \leftarrow ... 1 pr teenoorst. sye = en \parallel

- 2.3 In $\triangle ABO$ en $\triangle EOD$
 1) $AB = EO$... teenoorst. sye van $\parallel^m ABOE$
 2) $BO = OD$... bewys in 2.1
 3) $AO = ED$... teenoorst. sye van $\parallel^m AODE$
 $\therefore \triangle ABO \cong \triangle EOD$ \leftarrow ... SSS



GRAAD 11: VRAE

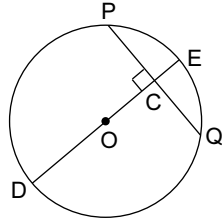
1.1 Voltooi die stelling sodat dit geldig is:

Die lyn wat van die middelpunt van 'n sirkel loodreg op 'n koord getrek word . . .

(1)

1.2 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel.

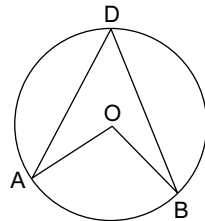
Die middellyn DE sny die koord PQ loodreg by C.
DE = 20 cm en CE = 2 cm.



Bereken, met redes, die lengte van die volgende:

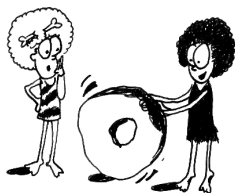
1.2.1 OC 1.2.2 PQ (2)(4) [7]

2.1 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel en A, B en D is punte op die sirkel.



Gebruik Euklidiese meetkundemetodes om die stelling te bewys wat beweer dat $\hat{A}OB = 2\hat{A}DB$.

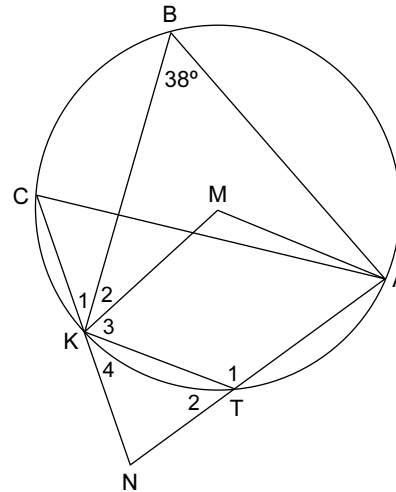
(5)



2.2 In die diagram is M die middelpunt van die sirkel. A, B, C, K en T lê op die sirkel.

AT verleng en CK verleng ontmoet in N.

Verder is $NA = NC$ en $\hat{B} = 38^\circ$.



2.2.1 Bereken, met redes, die grootte van die volgende hoeke:

- (a) $\hat{K}MA$ (b) \hat{T}_2 (2)(2)
(c) \hat{C} (d) \hat{K}_4 (2)(2)

2.2.2 Toon aan dat $NK = NT$. (2)

2.2.3 Bewys dat AMKN 'n koordevierhoek is. (3)
[18]



3.1 Voltooi die volgende stelling sodat dit geldig is:

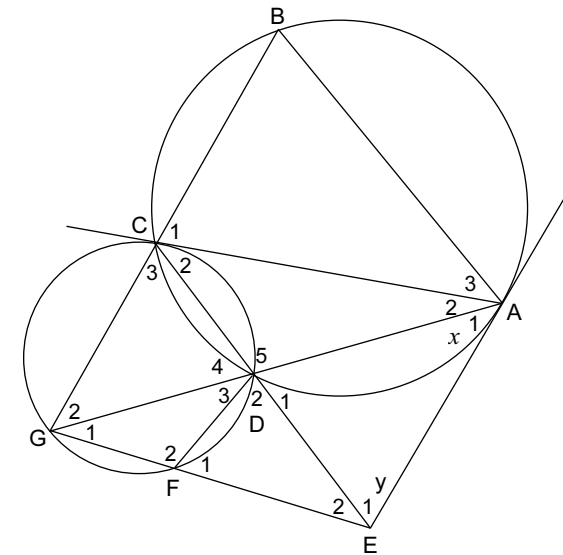
Die hoek tussen 'n koord en 'n raaklyn by die raakpunt is . . .

(1)

3.2 In die diagram is EA 'n raaklyn aan sirkel ABCD by A.

AC is 'n raaklyn aan sirkel CDFG by C.

CE en AG sny mekaar in D.



As $\hat{A}_1 = x$ en $\hat{E}_1 = y$, bewys die volgende met redes:

- 3.2.1 $BCG \parallel AE$ (5)
3.2.2 AE is 'n raaklyn aan sirkel FED (5)
3.2.3 $AB = AC$ (4) [15]

GRAAD 11: MEMO'S

1.1 ... halveer die koord ◀

1.2.1 $OE = OD = \frac{1}{2}(20) = 10 \text{ cm}$

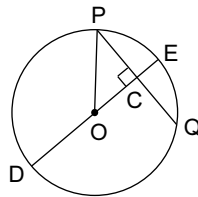
radiusse
 $= \frac{1}{2} \text{ middellyn}$

$\therefore OC = 8 \text{ cm} \leftarrow \dots CE = 2 \text{ cm}$

1.2.2 In $\triangle OPC$:

$PC^2 = OP^2 - OC^2 \dots \text{Pythagoras}$
 $= 10^2 - 8^2$
 $= 36$

$\therefore PC = 6 \text{ cm}$



$\therefore PQ = 12 \text{ cm} \leftarrow \dots \text{lyn vanuit midpt. } \perp \text{ koord}$

2.1 Konstruksie: Verbind DO en verleng dit na C

Bewys:

Laat $\hat{D}_1 = x$

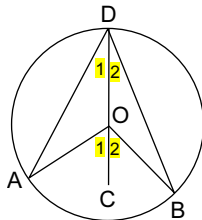
dan is $\hat{A} = x \dots \text{radiusse;}$
 $\angle^e \text{ teenoor} = \text{sye}$

$\therefore \hat{O}_1 = 2x$
 $\dots \text{buite } \angle \text{ van } \triangle DAO$

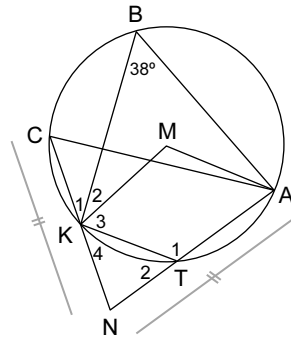
Net so: Laat $\hat{D}_2 = y$

dan is $\hat{O}_2 = 2y$

$\therefore \hat{A}OB = 2x + 2y$
 $= 2(x + y)$
 $= 2\hat{A}DB \leftarrow$



2.2



2.2.1 (a) $\hat{K}MA = 2(38^\circ) \dots \text{middelpunts } \angle =$
 $= 76^\circ \leftarrow 2 \times \text{omtreks } \angle$

(b) $\hat{T}_2 = 38^\circ \leftarrow \dots \text{buite } \angle \text{ van kvh. BKTA}$

(c) $\hat{C} = 38^\circ \leftarrow \dots \angle^e \text{ in dieselfde segment}$
 $\text{of, buite } \angle \text{ van kvh. CKTA}$

(d) $\hat{N}AC = 38^\circ \dots \angle^e \text{ teenoor} = \text{sye}$

$\therefore \hat{K}_4 = 38^\circ \leftarrow \dots \text{buite } \angle \text{ van kvh. CKTA}$

2.2.2 In $\triangle NKT$: $\hat{K}_4 = \hat{T}_2 \dots \text{beide} = 38^\circ \text{ in } 2.2.1$

$\therefore NK = NT \leftarrow \dots \text{sye teenoor gelyke } \angle^e$

2.2.3 $\hat{K}MA = 2(38^\circ) \dots \text{sien } 2.2.1(a)$

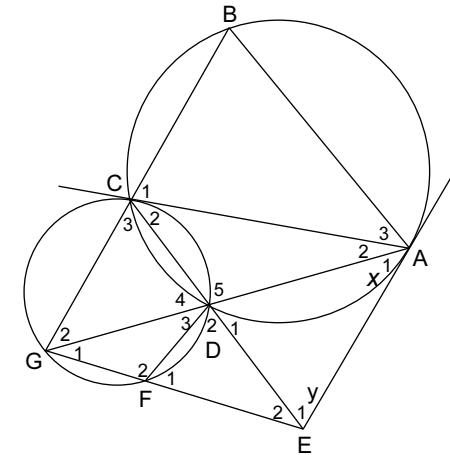
& $\hat{N} = 180^\circ - 2(38^\circ) \dots \text{som van } \angle^e \text{ in } \triangle NKT$
 $(\text{sien } 2.2.2)$

$\therefore \hat{K}MA + \hat{N} = 180^\circ$

$\therefore \text{AMKN is 'n koordevierhoek} \leftarrow$
 $\dots \text{teenoorstaande } \angle^e \text{ supplementêr}$

3.1 ... gelyk aan die hoek onderspan deur die koord in die teenoorstaande segment. ◀

3.2



3.2.1 $\hat{A}_1 = x \dots \text{gegee}$

$\therefore \hat{C}_2 = x \dots \text{raaklyn koord stelling}$

$\therefore \hat{G}_2 = x \dots \text{raaklyn koord stelling}$

$\therefore \hat{A}_1 = (\text{verwisselende}) \hat{G}_2$

$\therefore BCG \parallel AE \leftarrow \dots (\text{verwisselende } \angle^e \text{ gelyk})$

3.2.2 $\hat{F}_1 = \hat{C}_3 \dots \text{buite } \angle \text{ van koordevierhoek. CGFD}$

$= \hat{E}_1 (= y) \dots \text{verwisselende } \angle^e ; BCG \parallel AE$

$\therefore AE \text{ is 'n raaklyn aan } \odot FED \leftarrow$
 $\dots \text{omgekeerde van raaklyn koord stelling}$

3.2.3 $\hat{C}_1 = \hat{C}AE \dots \text{verwisselende } \angle^e ; BCG \parallel AE$

$= \hat{B} \dots \text{raaklyn koord stelling}$

$\therefore AB = AC \leftarrow \dots \text{sye teenoor gelyke } \angle^e$

GRAAD 12: VRAE

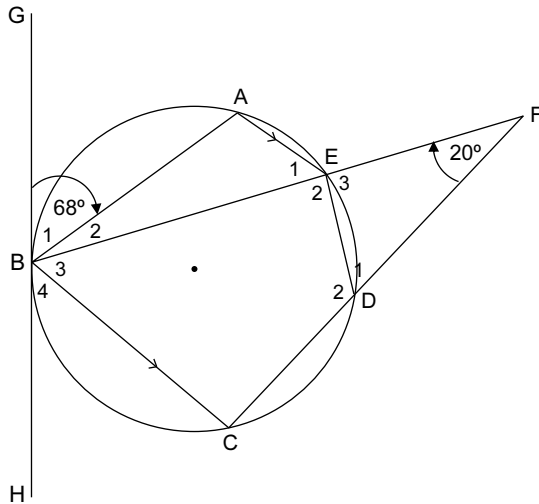
1.1 Voltooi die volgende bewering:

Die hoek tussen 'n raaklyn en 'n koord by die raakpunt is gelyk aan . . .

(1)

1.2 In die diagram is A, B, C, D en E punte op die omtrek van die sirkel sodat $AE \parallel BC$.

BE en CD verleng ontmoet in F. GBH is 'n raaklyn aan die sirkel by B. $\hat{B}_1 = 68^\circ$ en $\hat{F} = 20^\circ$.



Bepaal die grootte van elk van die volgende:

1.2.1 \hat{E}_1

(2)

1.2.2 \hat{B}_3

(1)

1.2.3 \hat{D}_1

(2)

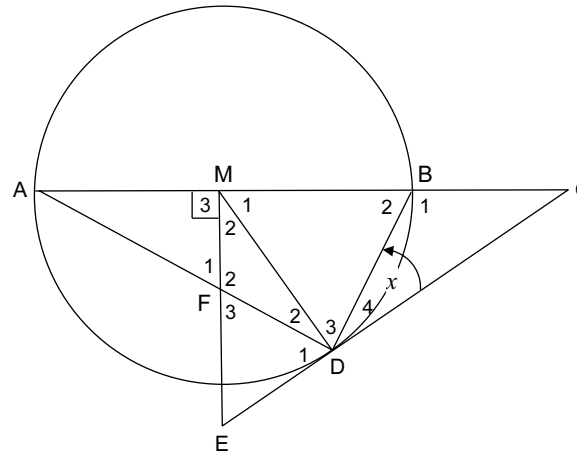
1.2.4 \hat{E}_2

(1)

1.2.5 \hat{C}

(2) [9]

2. In die diagram is M die middelpunt van die sirkel en middellyn AB is verleng na C. ME is loodreg op AC getrek sodat CDE 'n raaklyn aan die sirkel by D is. ME en koord AD sny in F. $MB = 2BC$



2.1 As $\hat{D}_4 = x$, skryf, met redes, TWEE ander hoeke neer wat gelyk is aan x .

(3)

2.2 Bewys dat CM 'n raaklyn by M is aan die sirkel wat deur M, E en D gaan.

(4)

2.3 Bewys dat FMBD 'n koordevierhoek is.

(3)

2.4 Bewys dat $DC^2 = 5BC^2$.

(3)

2.5 Bewys dat $\triangle DBC \parallel \triangle DFM$.

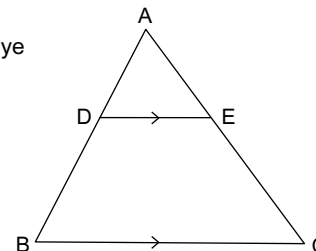
(4)

2.6 Bepaal vervolgens die waarde van $\frac{DM}{FM}$. (2) [19]

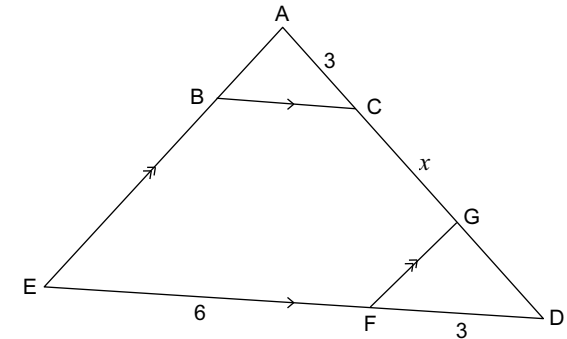
3.1 In die diagram lê punte D en E op onderskeidelik sye AB en AC van $\triangle ABC$ sodat $DE \parallel BC$. Gebruik Euklidiese meetkunde-metodes om die stelling te bewys wat beweer dat

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

(6)



3.2 In die diagram is ADE 'n driehoek met $BC \parallel ED$ en $AE \parallel GF$. Verder word ook gegee dat $AB : BE = 1 : 3$, $AC = 3$ eenhede, $EF = 6$ eenhede, $FD = 3$ eenhede en $CG = x$ eenhede.



Bereken, met redes:

3.2.1 die lengte van CD (3)

3.2.2 die waarde van x (4)

3.2.3 die lengte van BC (5)

3.2.4 die waarde van $\frac{\text{oppervlakte } \triangle ABC}{\text{oppervlakte } \triangle GFD}$ (5) [23]



GRAAD 12: MEMO'S

1.1 ... die hoek onderspan deur die koord in die oostaande segment.

1.2.1 $\hat{E}_1 = \hat{B}_1$... raaklyn koord stelling
 $= 68^\circ \leftarrow$

1.2.2 $\hat{B}_3 = \hat{E}_1$... verw. \angle^e ; $AE \parallel BC$
 $= 68^\circ \leftarrow$

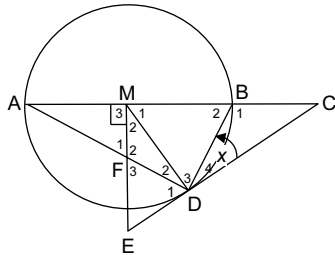
1.2.3 $\hat{D}_1 = \hat{B}_3$... buite \angle van koordevierhoek
 $= 68^\circ \leftarrow$

1.2.4 $\hat{E}_2 = \hat{D}_1 + 20^\circ$... buite \angle van Δ
 $= 88^\circ \leftarrow$

1.2.5 $\hat{C} = 180^\circ - \hat{E}_2$... teenoorst. \angle^e van kvh.
 $= 92^\circ \leftarrow$

2.1 $\hat{A} = x$... raaklyn koord stelling
 $\hat{D}_2 = x$... \angle^e teenoor gelyke sye

2.2



$\hat{M}_1 = \hat{A} + \hat{D}_2$... buite \angle van Δ
 $= 2x$

$\therefore \hat{M}_2 = 90^\circ - 2x$... $ME \perp AC$

& $\hat{M}_2 = 90^\circ$... radius $MD \perp$ raaklyn CDE

$\therefore \hat{E} = 2x$... som van \angle^e in ΔMED

$\therefore \hat{M}_1 = \hat{E}$

\therefore **CM is 'n raaklyn by M aan $\odot MED$** \leftarrow ... omgekeerde raaklyn koord stelling

2.3 $\hat{A}DB = 90^\circ$... \angle in semi- \odot

& $\hat{M}_3 = 90^\circ$... $ME \perp AC$

$\therefore \hat{M}_3 = \hat{A}DB$

\therefore **FMBD is 'n kvh.** \leftarrow ... omgekeerde buite \angle van kvh.

2.4 Laat $BC = a$; dan is $MB = 2a$
 $\therefore MD = 2a$... radiusse

In ΔMDC : $\hat{M}DC = 90^\circ$... radius \perp raaklyn
 $\therefore DC^2 = MC^2 - MD^2$... stelling van Pythagoras
 $= (3a)^2 - (2a)^2$
 $= 9a^2 - 4a^2$
 $= 5a^2$
 $= 5BC^2 \leftarrow$

2.5 In $\Delta^e DBC$ en DFM

(1) $\hat{B}_1 = \hat{F}_2$... buite \angle van kvh. $FMBD$

(2) $\hat{D}_4 = \hat{D}_2$... beide $= x$

$\therefore \Delta DBC \parallel \Delta DFM \leftarrow$... gelykhoekige Δ^e

2.6 $\therefore \frac{DM}{FM} = \frac{DC}{BC}$... $\parallel \Delta^e$
 $= \frac{\sqrt{5} BC}{BC}$... sien 2.4
 $= \sqrt{5} \leftarrow$

3.1 **Konstruksie:**

Verbind DC en EB en hoogtes h en h'

Bewys:

$\frac{\text{oppv. van } \Delta ADE}{\text{oppv. van } \Delta DBE} = \frac{\frac{1}{2} AD \cdot h}{\frac{1}{2} DB \cdot h}$
 $= \frac{AD}{DB}$... gelyke hoogtes

& $\frac{\text{oppv. van } \Delta ADE}{\text{oppv. van } \Delta EDC} = \frac{\frac{1}{2} AE \cdot h'}{\frac{1}{2} EC \cdot h'} = \frac{AE}{EC}$... gelyke hoogtes

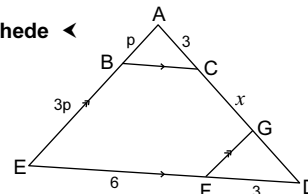
Maar, oppv. van $\Delta DBE =$ oppv. van ΔEDC ... tussen dies. \parallel lyne, d.w.s. dies. hoogte

$\therefore \frac{\text{oppv. van } \Delta ADE}{\text{oppv. van } \Delta DBE} = \frac{\text{oppv. van } \Delta ADE}{\text{oppv. van } \Delta EDC}$
 $\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \leftarrow$

3.2.1 Laat $AB = p$; dan is $BE = 3p$

In ΔAED : $\frac{CD}{3} = \frac{3p}{p}$... ewer. stelling; $BC \parallel ED$

$\times 3$) $\therefore CD = 9$ eenhede \leftarrow



3.2.2 $CG = x$; dus is $GD = 9 - x$

In ΔDAE : $\frac{9-x}{x+3} = \frac{3}{6}$... ewer. stelling; $AE \parallel GF$
 $\therefore 54 - 6x = 3x + 9$
 $\therefore -9x = -45$
 $\therefore x = 5 \leftarrow$

3.2.3 In $\Delta^e ABC$ en AED

(1) \hat{A} is gemeen

(2) $\hat{A}BC = \hat{E}$... ooreenk. \angle^e ; $BC \parallel ED$

$\therefore \Delta ABC \parallel \Delta AED$... gelykhoekige Δ^e

$\therefore \frac{BC}{ED} = \frac{AB}{AE}$... $\parallel \Delta^e$

$\therefore \frac{BC}{9} = \frac{p}{4p}$

$\times 9$) $\therefore BC = \frac{9}{4}$ eenhede \leftarrow

3.2.4 $\frac{\text{oppv. van } \Delta ABC}{\text{oppv. van } \Delta GFD} = \frac{\frac{1}{2} AC \cdot BC \sin \hat{A}CB}{\frac{1}{2} DG \cdot DF \sin \hat{D}}$
 $= \frac{\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 9 \cdot \sin \hat{D}}{\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot \sin \hat{D}}$... ooreenk. \angle^e ;
 $= \frac{9}{4}$
 $= \frac{9}{16} \leftarrow$

OF: $\frac{\text{oppv. van } \Delta ABC}{\text{oppv. van } \Delta AED} = \frac{\frac{1}{2} \cdot p \cdot 3 \cdot \sin \hat{A}}{\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot p \cdot \frac{12}{4} \cdot \sin \hat{A}} = \frac{1}{16}$

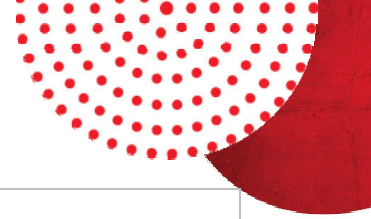
\therefore oppv. van $\Delta ABC = \frac{1}{16}$ oppv. van ΔAED ... ①

& $\frac{\text{oppv. van } \Delta GFD}{\text{oppv. van } \Delta AED} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot \sin \hat{D}}{\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 9 \cdot \sin \hat{D}} = \frac{1}{9}$

\therefore oppv. van $\Delta GFD = \frac{1}{9}$ oppv. van ΔAED ... ②

① \div ②: $\therefore \frac{\text{oppv. van } \Delta ABC}{\text{oppv. van } \Delta GFD} = \frac{\frac{1}{16} \text{ oppv. van } \Delta AED}{\frac{1}{9} \text{ oppv. van } \Delta AED} = \frac{9}{16} \leftarrow$

Euklidiese Meetkunde: Stellings & Aanvaarbare Redes



LYNE

Aanliggende hoeke op 'n reguitlyn is supplementêr.	\angle^e op reguitlyn
As aanliggende hoeke supplementêr is, lê die buitenste bene van die hoeke in 'n reguitlyn.	aanliggende \angle^e suppl.
Die som van die aanliggende hoeke om 'n punt is 360° .	\angle^e om 'n pt. OF \angle^e in 'n omw.
Regoorstaande hoeke is gelyk.	regoorst. \angle^e
As $AB \parallel CD$, dan is die verwisselende hoeke gelyk.	verw. \angle^e ; $AB \parallel CD$
As $AB \parallel CD$, dan is die ooreenkomstige hoeke gelyk.	ooreenk. \angle^e ; $AB \parallel CD$
As $AB \parallel CD$, dan is die ko-binnehoeke supplementêr.	ko-binne \angle^e ; $AB \parallel CD$
As die verwisselende hoeke tussen twee lyne gelyk is, dan is die lyne ewewydig.	verw. $\angle^e =$
As die ooreenkomstige hoeke tussen twee lyne gelyk is, dan is die lyne ewewydig.	ooreenk. $\angle^e =$
As die ko-binnehoeke tussen twee lyne supplementêr is, dan is die lyne ewewydig.	ko-binne \angle^e suppl.

DRIEHOEKE

Die binnehoeke van 'n driehoek is supplementêr.	\angle som van Δ OF som van \angle^e in Δ OF binne \angle^e in Δ
Die buitehoek van 'n driehoek is gelyk aan die som van die twee teenoorstaande binnehoeke.	buite \angle van Δ
Die hoeke teenoor die gelyke sye van 'n gelykbenige driehoek, is gelyk.	\angle^e teenoor gelyke sye
Die sye teenoor die gelyke hoeke van 'n gelykbenige driehoek, is gelyk.	sye teenoor gelyke \angle^e
In 'n reghoekige driehoek is die vierkant op die skuinssy gelyk aan die som van die vierkante op die ander twee sye.	Pythagoras OF Stelling van Pythagoras
As die vierkant op een sy van 'n driehoek gelyk is aan die som van die vierkante op die ander twee sye, dan is die driehoek reghoekig.	Omgekeerde Pythagoras OF Omgekeerde Stelling van Pythagoras

As drie sye van een driehoek onderskeidelik gelyk is aan drie sye van 'n ander driehoek, dan is die driehoeke kongruent.	SSS
As twee sye en 'n ingeslote hoek van een driehoek onderskeidelik gelyk is aan twee sye en 'n ingeslote hoek van 'n ander driehoek, dan is die twee driehoeke kongruent.	SHS OF $S\angle S$
As twee hoeke en 'n sy van een driehoek onderskeidelik gelyk is aan twee hoeke en 'n ooreenstemmende sy van 'n ander driehoek, dan is die twee driehoeke kongruent.	HHS OF $\angle\angle S$
As die skuinssy en 'n reghoeksy van 'n reghoekige driehoek onderskeidelik gelyk is aan die skuinssy en 'n reghoeksy van 'n ander reghoekige driehoek, dan is die twee driehoeke kongruent.	RHS OF $90^\circ HS$
Die lynstuk wat die middelpunte van twee sye van 'n driehoek verbind, is ewewydig aan en gelyk aan die helfte van die derde sy.	Midpt.-stelling
Die lynstuk wat van die middelpunt van een sy van 'n driehoek ewewydig aan die tweede sy getrek word, halveer die derde sy.	lyn deur midpt \parallel 2^{de} sy
Die lyn ewewydig aan een sy van 'n driehoek verdeel die ander twee sye in eweredige dele.	lyn \parallel een sy van Δ OF eweredigheidstelling; noem \parallel lyne
As 'n lyn twee sye van 'n driehoek in eweredige dele verdeel, is die lyn ewewydig aan die derde sy.	lyn verdeel twee sye van Δ eweredig
As twee driehoeke gelykhoekig is, is hulle ooreenstemmende sye eweredig (en is driehoeke dus gelykvormig).	$\parallel \Delta^e$ OF gelykhoekige Δ^e
As die ooreenstemmende sye van twee driehoeke eweredig is, is die driehoeke gelykhoekig (en is driehoeke dus gelykvormig).	sye van Δ^e eweredig
Driehoeke (of parallelogramme) op dieselfde basis en tussen dieselfde ewewydige lyne is gelyk in oppervlakte.	dieselfde basis; dieselfde hoogte OF gelyke basis; gelyke hoogte

VIERHOEKE

Die som van die binnehoeke van 'n vierhoek is 360° .	som van \angle^e in vierhoek
Die teenoorstaande sye van 'n parallelogram is ewewydig.	teenorst. sye van $\parallel m$
As die teenoorstaande sye van 'n vierhoek ewewydig is, dan is die vierhoek 'n parallelogram.	teenorst sye van vierh is \parallel OF omgekeerde teenorst. sye van $\parallel m$
Die teenoorstaande sye van 'n parallelogram is gelyk in lengte.	teenorst. sye van $\parallel m$
As die teenoorstaande sye van 'n vierhoek gelyk is, dan is die vierhoek 'n parallelogram.	teenorst. sye van vierh = OF omgekeerde teenorst sye van $\parallel m$
Die teenoorstaande hoeke van 'n parallelogram is gelyk.	teenorst. \angle^e van $\parallel m$
As die teenoorstaande hoeke van 'n vierhoek gelyk is, dan is die vierhoek 'n parallelogram.	teenorst. \angle^e van vierh = OF omgekeerde teenorst. \angle^e van $\parallel m$
Die hoeklyne van 'n parallelogram halveer mekaar.	hoeklyne van $\parallel m$
As die hoeklyne van 'n vierhoek mekaar halveer, dan is die vierhoek 'n parallelogram.	hoeklyne van vierh halveer mekaar OF omgekeerde hoeklyne van $\parallel m$
As een paar teenoorstaande sye van 'n vierhoek gelyk en ewewydig is, dan is die vierhoek 'n parallelogram.	teenorst. sye = en \parallel
Die hoeklyne van 'n parallelogram halveer die oppervlakte van die parallelogram.	hoeklyn van $\parallel m$ halveer opp.
Die hoeklyne van 'n ruit halveer mekaar reghoekig.	hoeklyne van ruit
Die hoeklyne van 'n ruit halveer die teenorst. binnehoeke.	hoeklyne van ruit
Al vier sye van 'n ruit is gelyk.	sye van ruit
Al vier sye van 'n vierkant is gelyk.	sye van vierkant
Die hoeklyne van 'n reghoek is ewe lank.	hoeklyne van reghoek
Die hoeklyne van 'n vlieër sny mekaar reghoekig.	hoeklyne van vlieër
Die een hoeklyn van 'n vlieër halveer die ander hoeklyn.	hoeklyne van vlieër
Een hoeklyn van 'n vlieër halveer die teenoorstaande binnehoeke.	hoeklyne van vlieër

SIRKELS

GROEP I

	'n Raaklyn aan 'n sirkel is loodreg op die radius/middellyn van die sirkel by die raakpunt.	raaklyn \perp radius raaklyn \perp middellyn
	As 'n lyn loodreg getrek word na die radius/middellyn by die punt waar die radius/middellyn die sirkel ontmoet, dan is die lyn 'n raaklyn aan die sirkel.	lyn \perp radius OF omgekeerde raaklyn \perp radius OF omgekeerde raaklyn \perp middellyn
	Die lynstuk wat die middelpunt van 'n sirkel met die middelpunt van 'n koord verbind, is loodreg op die koord.	lyn vanuit midpt na midpt van koord
	Die loodlyn uit die middelpunt van 'n sirkel na 'n koord, halveer die koord.	lyn vanuit midpt \perp op koord
	Die middelloodlyn van 'n koord gaan deur die middelpunt van die sirkel.	middelloodlyn van koord
	Die hoek wat 'n koord by die middelpunt van 'n sirkel onderspan, is dubbel die hoek wat dit by enige punt op die omtrek onderspan (aan dieselfde kant van die koord as die midpt)	midpts $\angle = 2 \times$ omtreks \angle
	Die omtrekshoek wat deur die middellyn onderspan word, is 90° .	\angle^e in halwe sirkel OF middelloodlyn onderspan regte hoek OF \angle in $\frac{1}{2}$ \odot
	As 'n koord van 'n sirkel 'n regte hoek by die omtrek onderspan, dan is die koord 'n middellyn.	koord onderspan 90° OF omgekeerde \angle^e in halwe sirkel

GROEP II

	Hoëte onderspan deur 'n koord van 'n sirkel, aan dieselfde kant van die koord, is gelyk.	\angle^e in dieselfde segment
	As 'n lynstuk wat twee punte verbind, gelyke hoëte by twee ander punte aan dieselfde kant van die lynstuk onderspan, dan is die vier punte konsiklies. (d.w.s. hulle lê op die omtrek van 'n sirkel).	lynstuk onderspan gelyke \angle^e OF omgekeerde \angle^e in dieselfde segment
	Gelyke koorde onderspan gelyke omtrekshoëte.	gelyke koorde; gelyke \angle^e
	Gelyke koorde onderspan gelyke middelpuntshoëte.	gelyke koorde; gelyke \angle^e
	Gelyke koorde in gelyke sirkels onderspan gelyke omtrekshoëte.	gelyke sirkels; gelyke koorde; gelyke \angle^e
	Gelyke koorde in gelyke sirkels onderspan gelyke middelpuntshoëte. (A en B dui die middelpunte van die sirkels aan)	gelyke sirkels; gelyke koorde; gelyke \angle^e

GROEP III

	Die teenoorstaande hoëte van 'n koordvierhoek is supplementêr. (d.w.s. x en y is supplementêr)	teenoorst. \angle^e van kvh
	As die teenoorstaande hoëte van 'n vierhoek supplementêr is, dan is die vierhoek 'n koordvierhoek.	teenoorst. \angle^e van vierhk is supp OF omgekeerde teenoorst \angle^e van koordvierhoek
	Die buitehoek van 'n koordvierhoek is gelyk aan die teenoorstaande binnehoek.	buite \angle van kvh
	As die buitehoek van 'n vierhoek gelyk is aan die teenoorstaande binnehoek, dan is die vierhoek 'n koordvierhoek.	buite \angle van vierhoek = teenoorst. binne \angle OF omgekeerde buite \angle van kvh

GROEP IV

	Twee raaklyne wat vanaf dieselfde punt buite 'n sirkel na 'n sirkel getrek word, is ewe lank ($AB = AC$).	Raaklyne vanuit gemeensk. punt OF Raaklyne vanaf dieselfde punt
	Die hoëte wat gevorm word tussen 'n raaklyn aan 'n sirkel en 'n koord wat vanuit die raakpunt getrek word, is gelyk aan die hoëte in die oorstaande segment.	raaklyn koord stelling
	As 'n lyn deur die eindpunt van 'n koord 'n hoëte met die koord vorm wat gelyk is aan die hoëte in die oorstaande segment, dan is die lyn 'n raaklyn aan die sirkel. (Indien $x = b$ of indien $y = a$ dan is die lyn 'n raaklyn aan die sirkel)	omgekeerde raaklyn koord stelling OF \angle tussen lyn en koord



Gr 10 Wiskunde 3-in-1 (Module 7)

- # 1: Lyne, hoeke & driehoeke: hersiening • woordeskat & feite
- # 2: Vierhoeke: hersiening • definisies • stellings • oppervlaktes
- # 3: Die middelpuntstelling
- # 4: Veelhoeke/Poligone: definisies & tipes • binnehoeke • buitehoeke

Let wel: Die Gr 10 Eksemplaarvraestelle en Memo's is agter in die boek

7.1 → 7.7
7.8 → 7.15
7.16 → 7.17
7.18

Gr 11 Wiskunde 3-in-1 (Module 9)


- # 1: Hersiening van vorige grade
- # 2: Sirkelmeetkunde

Let wel: Die Gr 11 Eksemplaarvraestelle en Memo's is agter in die boek

9.1 → 9.5
9.6 → 9.26

Gr 12 Wiskunde 2-in-1 (Module 10)

- # 1: Sirkelmeetkunde
- # 2: Eweredigheidstelling
- # 3: Gelykvormige Driehoeke
- # 4: Gemeng



Sien Uitdagende Vraeboekie
bladsye 29 → 38

Agterbladsye: Sirkelmeetkunde, Eweredigheid en Gelykvormige Driehoeke **STELLINGS**
Groepering van Sirkelmeetkunde Stellings
Omgekeerde Stellings in Sirkelmeetkunde
Stellings & Aanvaarbare Redes



Sien die Onderwerpgids
op bl. 148 vir verdere
eksamenoefening

36 → 40
40 → 42
42 → 43
43

i → iii
viii
Ix
x → xii

Gr 12 Wiskunde Ou Vraestelle 'Toolkit'

Agterbladsye: Sirkelmeetkunde, Eweredigheid en Gelykvormige Driehoeke **STELLINGS**
Groepering van Sirkelmeetkunde Stellings
Stellings & Aanvaarbare Redes



Sien die Onderwerpgidse:
DBO: bl. 2 & IEB: bl. 40

i → iii
xiii
xiv → xvi