

Algebra oplossings

Ononderhandelbaar

1. Los op vir x : $\sqrt{5-x} - 1 = x$ (5)

$$\begin{aligned}\sqrt{5-x} &= x + 1 \checkmark \\ \therefore 5-x &= x^2 + 2x + 1 \checkmark \\ \therefore x^2 + 3x - 4 &= 0 \checkmark \\ \therefore (x+4)(x-1) &= 0 \\ \therefore x &= -4 \text{ of } x = 1 \checkmark\end{aligned}$$



$$\text{As } x = -4: LK = \sqrt{5 - (-4)} = 3 \text{ en } RK = -4 + 1 = -3 \therefore LK \neq RK$$

$$\text{As } x = 1: LK = \sqrt{5 - 1} = 2 \text{ en } RK = 1 + 1 = 2 \therefore LK = RK$$

$$\therefore x = 1 \checkmark$$



Neem dit 'n stappie verder

2. Gegee $A = \frac{\sqrt{x+4} \cdot (x-3)}{(x-1)^2}$

Vir watter waarde(s) van x is:

2.1 $A = 0$?

$$x + 4 = 0 \text{ of } x - 3 = 0$$
$$\therefore x = -4 \checkmark \text{ of } x = 3 \checkmark$$

2.2 A ongedefineerd?

$$x - 1 = 0$$
$$\therefore x = 1 \checkmark$$

2.3 A nie-reëel?

$$x + 4 < 0 \checkmark$$
$$\therefore x < -4 \checkmark$$

2.4 $A \leq 0$?

$$\sqrt{x+4} \cdot (x-3) \leq 0 \quad \dots \text{ omdat } (x-1)^2 \geq 0 \text{ vir alle } x$$

$$\therefore -4 \leq x \leq 3 \checkmark \checkmark; x \neq 1 \checkmark$$

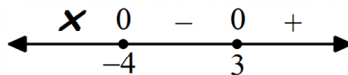


(2)

(1)

(2)

(3)



Reik na die sterre



<https://www.theanswer.co.za/maths-grade-12-revision-algebra-2022/>

3. 'n Geslote boks het die vorm van 'n reghoekige prisma met 'n vierkantige basis. Die sye van die basis is x cm lank. Die hoogte is y cm. Die buite-oppervlakte van die boks is 288 cm^2 . Die lengte van die rante is so dat $2x + y = 21$. Bepaal die waardes van x en y . (7)

$$BO = 2x^2 + 4xy = 288 \checkmark$$

$$\therefore x^2 + 2xy = 144$$

$$y = 21 - 2x \checkmark$$

$$\therefore x^2 + 2x(21 - 2x) = 144 \checkmark$$

$$\therefore x^2 + 42x - 4x^2 = 144 \checkmark$$

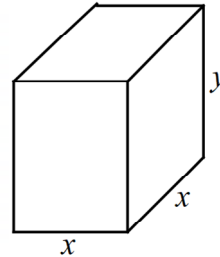
$$\therefore 3x^2 - 42x + 144 = 0 \checkmark$$

$$\therefore x^2 - 14x + 48 = 0$$

$$\therefore (x - 6)(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = 6 \text{ of } x = 8 \checkmark$$

$$\therefore y = 9 \text{ of } y = 5 \checkmark$$



Rye en Reekse oplossings

Ononderhandelbaar

1. Die eerste drie terme van 'n konvergerende meetkundige ry is $7x + 1$; $2x + 2$; $x - 1$.
Bepaal die waarde van x . (7)

$$\frac{2x+2}{7x+1} = \frac{x-1}{2x+2} \checkmark$$

$$\therefore (2x + 2)^2 = (7x + 1)(x - 1) \checkmark$$

$$\therefore 4x^2 + 8x + 4 = 7x^2 - 6x - 1 \checkmark$$

$$\therefore 3x^2 - 14x - 5 = 0 \checkmark$$

$$\therefore (3x + 1)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{3} \text{ of } x = 5 \checkmark$$

As $x = -\frac{1}{3}$: die reeks is $-\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{4}{3}$ wat $r = -1$ het, \therefore nie-konvergent

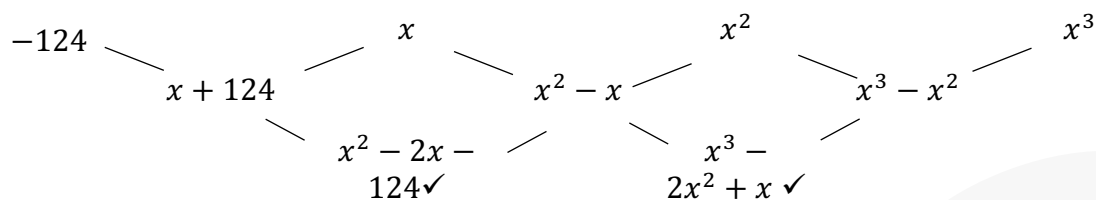
As $x = 5$: die reeks is $36; 12; 4$ wat $r = \frac{1}{3}$ het, \therefore konvergent omdat $-1 < r < 1$

$$\therefore x = 5 \checkmark \checkmark$$



Neem dit 'n stappie verder

2. Die eerste vier terme van 'n kwadratiese patroon is $-124; x; x^2; x^3$. Bepaal T_n van die ry. (8)



$$x^2 - 2x - 124 = x^3 - 2x^2 + x$$

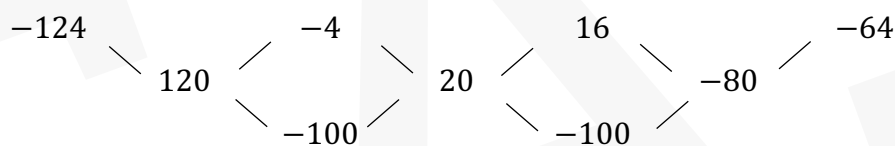
$$\therefore x^3 - 3x^2 + 3x + 124 = 0 \checkmark$$

$$\therefore (x + 4)(x^2 - 7x + 31) = 0 \checkmark$$

$$\therefore \text{slegs } x = -4 \checkmark$$

$$\dots \text{As } x^2 - 7x + 31 = 0 \therefore \Delta = (-7)^2 - 4(1)(31) = -75$$

\therefore imag wortels



$$2a = -100$$

$$\therefore a = -50 \checkmark$$

$$3a + b = 120$$

$$\therefore b = 270 \checkmark$$

$$a + b + c = -124$$

$$\therefore c = -344 \checkmark$$

$$\therefore T_n = -50n^2 + 270n - 344$$





Reik na die sterre

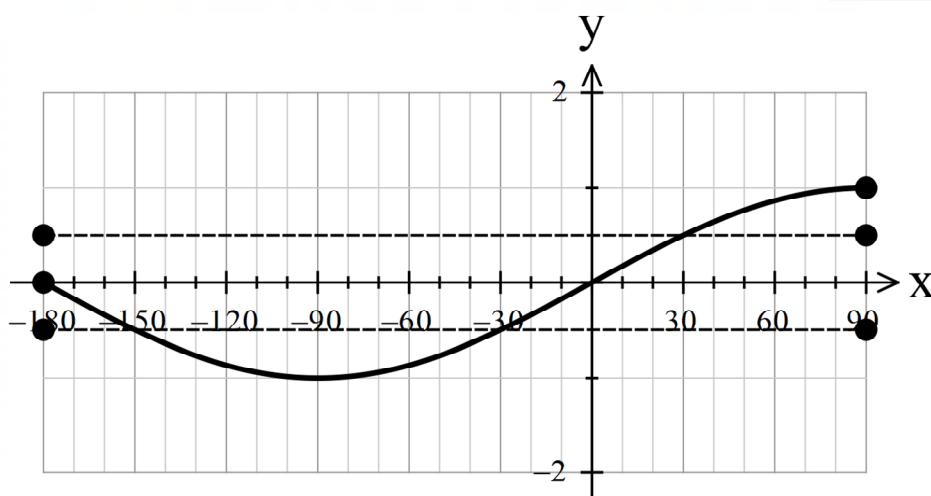
<https://www.theanswer.co.za/maths-grade-12-revision-patterns-and-sequences-2022/>

3. Gegee: $\sin x - 2 \sin^2 x + 4 \sin^3 x - 8 \sin^4 x + \dots$
Vir watter waardes van x , met $x \in [-180^\circ; 90^\circ]$ sal die reeks konvergeer? (6)

$$r = -2 \sin x \checkmark$$

$$\therefore -1 < -2 \sin x < 1 \checkmark$$

$$\therefore \frac{1}{2} > \sin x > -\frac{1}{2} \checkmark$$



$$\therefore -180^\circ < x < -150^\circ \text{ of } -30^\circ < x < 30^\circ \checkmark \text{ met } x \neq 0^\circ \checkmark$$

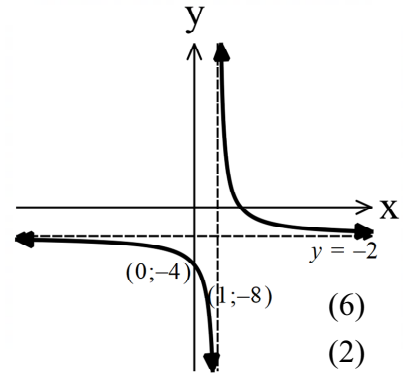


Funksies oplossings

Ononderhandelbaar

1. Die grafiek van $f(x) = \frac{k}{x+r} + d$ is langsaan geteken.

Die grafiek gaan deur die punte $(0; -4)$ en $(1; -8)$, en het 'n horisontale asimptoot van $y = -2$.



- 1.1 Bepaal die waardes van k , r en d . (6)
1.2 Skryf die waardeversameling van f neer. (2)
1.3 Skryf 'n vergelyking van die simmetrie-as van f neer wat 'n negatiewe gradiënt het. (3)

1.1 $y = \frac{k}{x+r} - 2$ ✓ ... horisontale asimptoot by $-2 \therefore d = -2$

$-4 = \frac{k}{0+r} - 2$ ✓ vervang $(0; -4)$

$\therefore -2 = \frac{k}{r}$

$\therefore k = -2r$

$-8 = \frac{k}{1+r} - 2$ ✓ vervang $(1; -8)$

$\therefore -6 = \frac{k}{1+r}$

$\therefore k = -6 - 6r$

$\therefore -2r = -6 - 6r$ ✓

$\therefore 4r = -6$

$\therefore r = -\frac{3}{2}$ ✓

$\therefore k = -2r = -2\left(-\frac{3}{2}\right) = 3$ ✓

$\therefore k = 3; r = -\frac{3}{2}; d = -2$

1.2 $y \in \mathbb{R}; y \neq -2$ ✓

1.3 Asimptote sny by $\left(\frac{3}{2}; -2\right)$

$\therefore y + 2 = -\left(x - \frac{3}{2}\right)$ ✓✓

$\therefore y = -x - \frac{1}{2}$ ✓



Neem dit 'n stappie verder

2. Gegee: $f(x) = \frac{8}{x} + 2$. Bepaal die waarde van $f(4) + f'(4) + f^{-1}(4)$. (7)

$$x = \frac{8}{y} + 2 \quad \checkmark$$

$$\therefore xy = 8 + 2y$$

$$\therefore y(x-2) = 8$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{8}{x-2} \quad \checkmark$$

$$\therefore f(4) + f'(4) + f^{-1}(4)$$

$$= \left[\frac{8}{4} + 2 \right] \checkmark + \left[-\frac{8}{4^2} \right] \checkmark + \left[\frac{8}{4-2} \right] \checkmark$$

$$= 4 + \left(-\frac{1}{2} \right) + 4$$

$$= 7\frac{1}{2} \quad \checkmark$$

$$f(x) = 8x^{-1} + 2$$

$$\therefore f'(x) = -8x^{-2}$$

$$\therefore f'(x) = -\frac{8}{x^2} \quad \checkmark$$



Reik na die sterre

<https://www.theanswer.co.za/maths-grade-12-revision-functions-2022/>



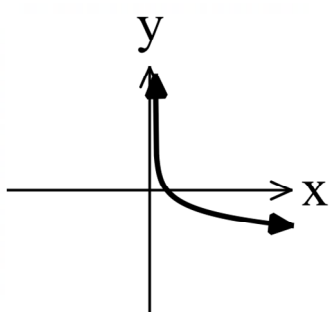
3. Gegee: $f(x) = a^x$ met $0 < a < 1$, en $h(x) = \frac{k}{x}$ met $k > 0$.

Bepaal die waardes van x wat gemeen is in die definisieversamelings van $f^{-1}(x)$ en $h(x)$.

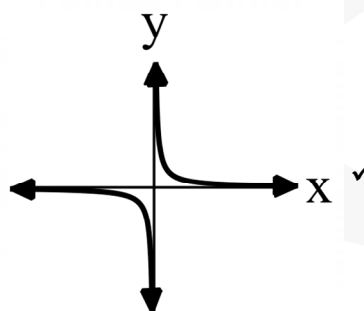
(4)

$$f^{-1}(x) = \log_a x \checkmark \text{ met } 0 < a < 1$$

$$h(x) = \frac{k}{x} \text{ met } k > 0$$



Definisieversameling: $x > 0$
 $\therefore x > 0 \checkmark$



Definisieversameling: $x \in \mathbb{R}; x \neq 0$



Finansies oplossings

Ononderhandelbaar

1. Op 30 Junie 2013 en daarna aan die einde van elke maand, deponeer Asif R2 500 in 'n bankrekening wat rente teen 6% per jaar, maandeliks saamgestel, betaal. Hy wil aanhou om hierdie bedrag te deponeer tot 31 Mei 2018. Bereken hoeveel geld Asif in hierdie rekening sal hê, onmiddellik na die deposito van R2 500 op 31 Mei 2018.

(5)

$$F = \frac{2500 \left[\left(1 + \frac{0,06}{12} \right)^{60} - 1 \right]}{0,06} \checkmark \checkmark \checkmark$$
$$\therefore F = R174\,425,08 \checkmark \checkmark$$



Neem dit 'n stappie verder

2. 'n Vrou belê R108 706,86 in 'n bankrekening en begin om na drie maande R6 000 per kwartaal te onttrek. Hoeveel onttrekkings kan sy maak voordat al die geld onttrek is, as die rente bereken word teen 15% p.a., kwartaalliks saamgestel?

(5)

$$108\,706,86 = \frac{6000 \left[1 - \left(1 + \frac{0,15}{4} \right)^{-n} \right]}{0,15} \checkmark$$

$$\therefore \left(\frac{83}{80} \right)^{-n} = 0,3205... \checkmark$$

$$\therefore -n = \log_{\frac{83}{80}} 0,3205... \checkmark$$

$$\therefore -n = -30,9017... \checkmark$$

\therefore sy kan 31 onttrekkings maak, waar die laaste een minder as R6 000 sal wees \checkmark



Reik na die sterre



<https://www.theanswer.co.za/maths-grade-12-revision-finance-2022/>

3. 'n Lening van R2 miljoen teen 'n rentekoers van 13,5% p.a. maandeliks saamgestel, word aan die Bradfords toegestaan. Die lening moet oor 20 jaar terugbetaal word. Beskou die implikasies as die rentekoers verander na 14% p.a., maandeliks saamgestel, twee jaar nadat die lening toegestaan is.
- 3.1 As die lening steeds oor 20 jaar terugbetaal moet word, bepaal die verhoogte maandelikse paaieimente. (7)
- 3.2 As die maandelikse paaieimente dieselfde bly, bepaal hoeveel langer dit sal neem om die lening terug te betaal. (4)

$$3.1 \quad 2\,000\,000 = \frac{x \left[1 - \left(1 + \frac{0,135}{12} \right)^{-240} \right]}{\frac{0,135}{12}} \quad \checkmark$$

$$\therefore x = 24\,147,49 \quad \checkmark$$

$$BO = 2\,000\,000 \left(1 + \frac{0,135}{12} \right)^{24} - \frac{24\,147,49 \left[\left(1 + \frac{0,135}{12} \right)^{24} - 1 \right]}{\frac{0,135}{12}} \quad \checkmark \checkmark$$

$$\therefore BO = 1\,954\,896,67 \quad \checkmark$$

$$\therefore 1\,954\,896,67 = \frac{x \left[1 - \left(1 + \frac{0,14}{12} \right)^{-216} \right]}{\frac{0,14}{12}} \quad \checkmark$$

$$\therefore x = R24\,834,68 \quad \checkmark$$

$$3.2 \quad 1\,954\,896,67 = \frac{24\,147,49 \left[1 - \left(1 + \frac{0,14}{12} \right)^{-n} \right]}{\frac{0,14}{12}} \quad \checkmark$$

$$\therefore \left(\frac{607}{600} \right)^{-n} = 0,0555... \quad \checkmark$$

$$\therefore -n = \log_{\frac{607}{600}} 0,0555...$$

$$\therefore n = 249,26 \quad \checkmark$$

$$\therefore n = 250$$

$$\therefore \text{dit sal nog 10 maande langer neem om die lening te betaal} \quad \checkmark$$



Calculus oplossings

Ononderhandelbaar

1. Gegee: $f(x) = -3x^2$. Bepaal $f'(x)$ d.m.v. eerste beginsels. (5)

$$\begin{aligned}f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ \therefore f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3(x+h)^2 - (-3x^2)}{h} \checkmark \\ \therefore f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3x^2 - 6xh - 3h^2 + 3x^2}{h} \checkmark \\ \therefore f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-6xh - 3h^2}{h} \checkmark \\ \therefore f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} (-6x - 3h) \checkmark \\ \therefore f'(x) &= -6x \checkmark\end{aligned}$$



Neem dit 'n stappie verder

2. Die lyn $g(x) = 5x + 1$ is 'n raaklyn aan die kurwe van 'n funksie f by die punt waar $x = 2$. Bereken die waarde van $f(2) + f'(2)$. (4)

Omdat f en g mekaar ontmoet by die punt waar $x = 2$:

$$\therefore f(2) = g(2) = 5(2) + 1 = 11 \checkmark \checkmark$$

Die gradiënt van f en g waar $x = 2$ is dieselfde:

$$\therefore f'(2) = g'(2) = 5 \checkmark$$

$$\therefore f(2) + f'(2) = 11 + 5 = 16 \checkmark$$



Reik na die sterre



<https://www.theanswer.co.za/maths-grade-12-revision-calculus-2022/>

3. Gegee:

- $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$
- $f'(x) > 0$ vir $x < -1$ of $x > 2$
- $f'(x) < 0$ vir $-1 < x < 2$

Bepaal die waardes van b en c .

(5)

$$f'(x) = 3x^2 + 2bx + c \quad \checkmark$$

$$f'(-1) = f'(2) = 0$$

$$3(-1)^2 + 2b(-1) + c = 0 \quad \checkmark$$

$$\therefore -2b + c = -3 \quad \textcircled{1}$$

$$3(2)^2 + 2b(2) + c = 0 \quad \checkmark$$

$$\therefore 4b + c = -12 \quad \textcircled{2}$$

$$\therefore 6b = -9 \quad \text{Vgl } \textcircled{2} - \textcircled{1}$$

$$\therefore b = -\frac{3}{2} \quad \checkmark \text{ en } c = -6 \quad \checkmark$$



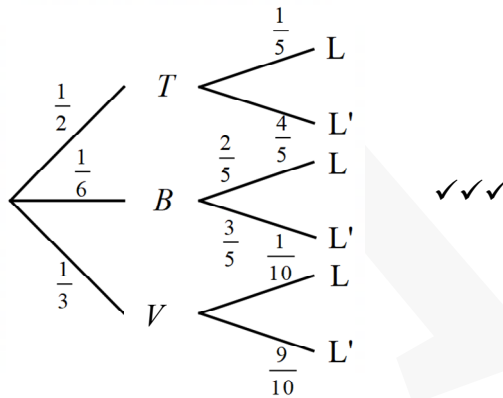
Waarskynlikheid Oplossings

Ononderhandelbaar

1. Op 'n dag wat lukraak gekies word, is die waarskynlikheid dat James skool toe sal gaan per trein, per bus of per voet $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{6}$ en $\frac{1}{3}$ respektiewelik. Die waarskynlikheid dat hy laat is as hy hierdie vervoermetodes gebruik, is $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$ en $\frac{1}{10}$ respektiewelik.

- 1.1 Teken 'n boomdiagram om hierdie inligting voor te stel. (3)
1.2 Vind die waarskynlikheid dat op 'n dag wat lukraak gekies word:
1.2.1 James per voet beweeg en laat is. (2)
1.2.2 James nie laat is nie. (4)

1.1



1.2.1 $P(\text{voet en laat}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{10} \checkmark = \frac{1}{30} \checkmark$

1.2.2 $P(\text{nie laat nie}) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \checkmark + \frac{1}{6} \times \frac{3}{5} \checkmark + \frac{1}{3} \times \frac{9}{10} \checkmark = \frac{4}{5} \checkmark$



Neem dit 'n stappie verder

2. Gegee dat $P(A) = 0,35$, $P(B) = 0,45$ en $P(A \text{ en } B) = 0,1$.
- 2.1 Vind $P(A \text{ of } B)$. (2)
- 2.2 Dit word verder gegee dat $P(C) = 0,2$. Die gebeurtenisse A en C is onderling uitsluitend en gebeurtenisse B en C is onafhanklik.
- 2.2.1 Bepaal $P(B \text{ en } C)$. (2)
- 2.2.2 Teken 'n Venn-diagram om A , B en C , en al die waarskynlikhede te wys. (4)
- 2.2.3 Bepaal $P[(B \text{ en } C)']$. (2)

2.1 $P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\therefore P(A \text{ of } B) = 0,35 + 0,45 - 0,1 \checkmark$

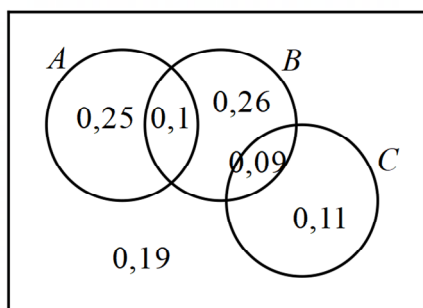
$\therefore P(A \text{ of } B) = 0,7 \checkmark$

2.2.1 $P(B \text{ en } C) = P(B) \times P(C)$

$\therefore P(B \text{ en } C) = 0,45 \times 0,2 \checkmark$

$\therefore P(B \text{ en } C) = 0,09 \checkmark$

2.2.2



✓✓✓✓

2.2.3 $P[(B \text{ en } C)'] = 1 - 0,09 = 0,91 \checkmark \checkmark$



Reik na die sterre



<https://www.theanswer.co.za/maths-grade-12-revision-probability-2022/>

3. Daar is 11 spelers in 'n krieketspan. Vir 'n foto word hulle gevra om in 'n reguit ry te staan. Drie van die spelers, Andrew, Bobby, en Cuan weier om langs mekaar te staan. Die ander lede van die span gee nie om waar hulle staan nie. Bepaal die aantal maniere waarop die 11 spelers vir die foto geplaas kan word. (5)

Totale aantal maniere wat die spelers kan staan

$$= 11! = 39916800 \checkmark$$

Aantal maniere wat al drie A, B en C saam kan staan

$$= 9! \times 3! = 2177280 \checkmark$$

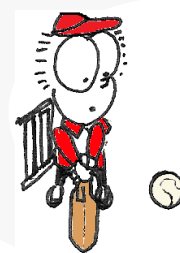
Aantal maniere wat presies twee van A, B en C saam kan staan

$$= 8! \times 3 \times 2! \times 9 \times 8 = 17418240 \checkmark \checkmark$$

Aantal maniere wat hulle vir die foto geplaas kan word

$$= 39916800 - 2177280 - 17418240$$

$$= 20321280 \checkmark$$



Datahantering oplossings

Ononderhandelbaar

1. Verskillende graad 3-klasse se leesvermoë word getoets. Die volgende inligting word verkry.

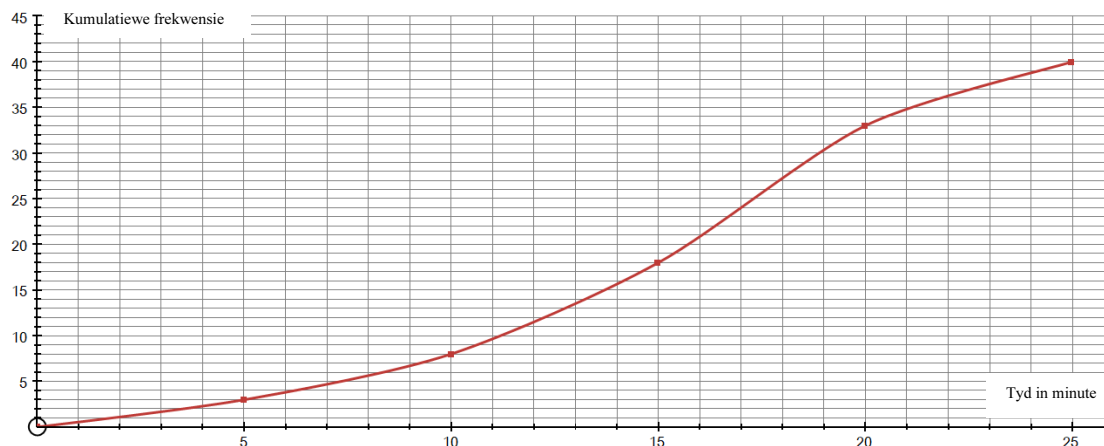
Klasgrootte (x)	Gemiddelde leestelling (y)
35	70
30	80
35	60
35	72
40	58
33	71
38	68
30	75
29	72
39	62

- 1.1 Bepaal die vergelyking van die kleinste kwadrate regressielyn. (3)
- 1.2 Skryf die korrelasiekoëffisiënt neer. (1)
- 1.3 Lewer kommentaar oor die korrelasiekoëffisiënt, en verduidelik hoe die klasgrootte die gemiddelde leestelling affekteer. (2)
- 1.1 $a = 117,78$ ✓
 $b = -1,42$ ✓
 $\therefore y = 117,78 - 1,42x$ ✓
- 1.2 $r = -0,80$ ✓
- 1.3 Daar is 'n sterk, negatiewe korrelasiekoëffisiënt. ✓ Dit beteken hoe groter die klas, hoe laer die leestelling. ✓

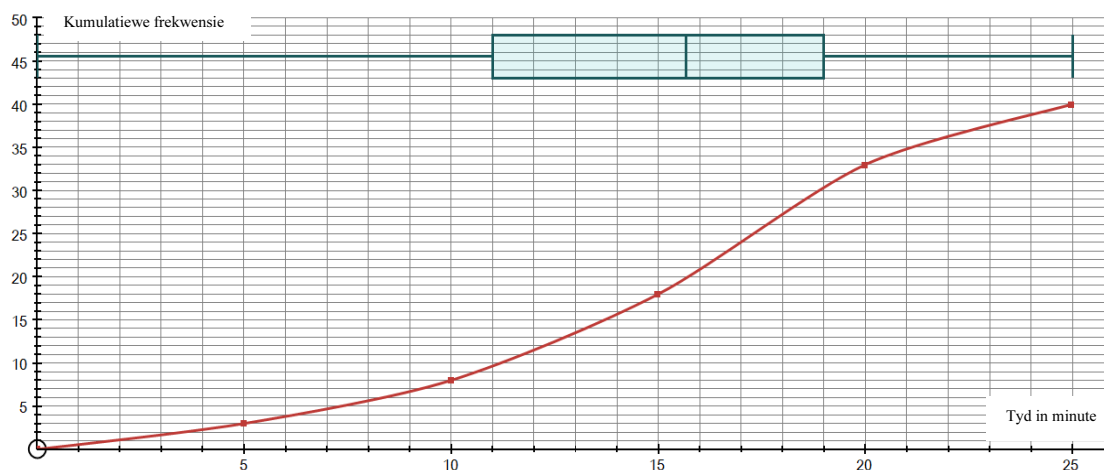


Neem dit 'n stappie verder

2. Die lengte van die tyd, in minute, van 'n sekere aantal selfoonoproep word opgeteken. Geen oproep was langer as 25 minute nie. 'n Kumulatiewe frekwensiediagram van die data word hieronder gewys.



Teken 'n mond-en-snordigram vanaf die kumulatiewe frekwensiekurve. (5)



- ✓ minimum en maksimum
- ✓ onderste kwartiel
- ✓ mediaan
- ✓ boonste kwartiel
- ✓ vorm



Reik na die sterre



<https://www.theanswer.co.za/maths-grade-12-revision-data-2022/>

3. Vyf getalle, a , b , c , d en e , word in stygende orde geskryf. Bepaal die boonste kwartiel as die grootste getal 42 is, die omvang 17, die onderste kwartiel 27 is, c en d is gelyk, en die gemiddeld van die vyf getalle is 34. (4)

$$e = 42$$

$$a = 42 - 17 = 25 \checkmark$$

$$\frac{a+b}{2} = 27 \therefore b = 29 \checkmark \dots \text{die onderste kwartiel is halfpad tussen } a \text{ en } b$$

$$\frac{a+b+c+d+e}{5} = 34 \therefore c = d = 37 \checkmark$$

Die vyf getalle is 25; 29; 37; 37; 42

$$\therefore \text{boonste kwartiel} = \frac{37+42}{2} = 39\frac{1}{2} \checkmark$$



Vir nog voorbeelde, sien bladsy 44 tot 49 in die **Graad 12 Wisk 2-in-1 Studiegids**, ook bladsy 42 in die Uitdagende Vrae-boekie.

Meer voorbeelde kan gevind word in die **Graad 12 Wisk ou Vraestelle 'Toolkit'**.

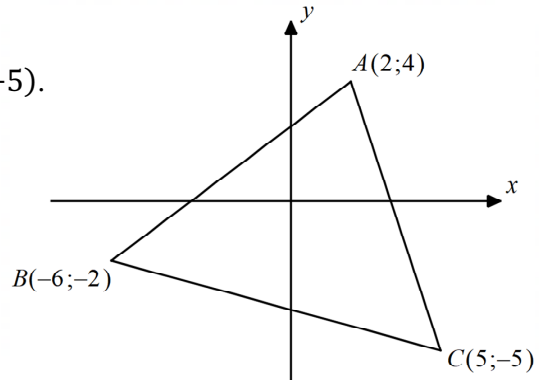


THE ANSWER
SERIES *Your Key to Exam Success*

Analitiese Meetkunde oplossings

Ononderhandelbaar

1. $\triangle ABC$ het $A(2; 4)$, $B(-6; -2)$ en $C(5; -5)$.



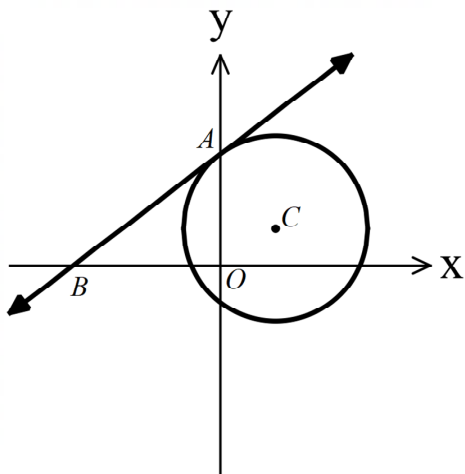
- 1.1 Bepaal die koördinate van M , die middelpunt van AB . (2)
1.2 Bepaal die gradiënt van AC . (2)
1.3 Bepaal die vergelyking van die lyn wat deur M gaan en wat parallel aan AC is. (3)
1.4 Bepaal die lengte van AC . (2)
1.5 Skryf, met 'n rede en korrek tot twee desimale plekke, die lengte van MN neer as $MN \parallel AC$ met N op BC . (2)

- 1.1 $M\left(\frac{-6+2}{2}; \frac{-2+4}{2}\right)$
 $\therefore M(-2 \checkmark; 1 \checkmark)$
1.2 $m_{AC} = \frac{4-(-5)}{2-5} \checkmark = -3 \checkmark$
1.3 $y = -3x + c \checkmark$
 $\therefore 1 = -3(-2) + c \checkmark$
 $\therefore c = -5$
 $\therefore y = -3x - 5 \checkmark$
1.4 $AC = \sqrt{(2-5)^2 + (4-(-5))^2} \checkmark$
 $\therefore AC = 3\sqrt{10}$ (of 9,49) \checkmark
1.5 $MN = \frac{1}{2}AC$ (omgek midpt st) \checkmark
 $\therefore MN = 4,74 \checkmark$



Neem dit 'n stappie verder

2. In die diagram sny die sirkel met middelpunt C en met vergelyking $x^2 - 6x + y^2 - 4y = 12$ die y-as by A. BA is 'n raaklyn aan die sirkel met B op die x-as.



2.1 Bepaal die koördinate van C. (4)

2.2 Bepaal die vergelyking van BA. (6)

2.1 $x^2 - 6x + y^2 - 4y = 12$

$$\therefore (x - 3)^2 \checkmark + (y - 2)^2 \checkmark = 12 + 9 + 4 \checkmark$$

$$\therefore (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$$

$$\therefore C(3; 2) \checkmark$$

2.2 $(0)^2 - 6(0) + y^2 - 4y = 12 \checkmark$

$$\therefore y^2 - 4y - 12 = 0$$

$$\therefore (y - 6)(y + 2) = 0$$

$$\therefore y = 6 \text{ of } y = -2 \checkmark$$

$$\therefore A(0; 6) \checkmark$$

$$m_{AC} = \frac{6-2}{0-3} = -\frac{4}{3} \checkmark$$

$$\therefore m_{tan} = \frac{3}{4} \checkmark$$

$$\therefore BA: y = \frac{3}{4}x + 6 \checkmark$$

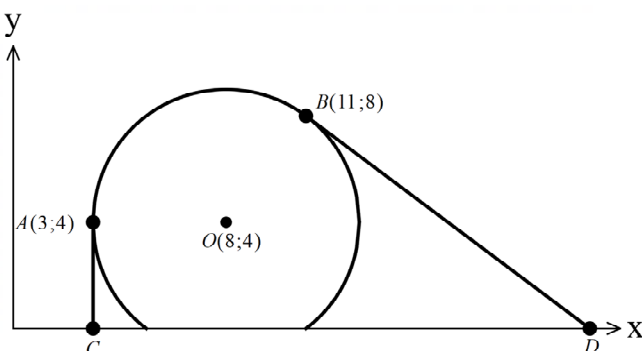


Reik na die sterre



<https://www.theanswer.co.za/maths-grade-12-revision-analytical-2022/>

3. 'n Sirkel met middelpunt by $O(8;4)$ gaan deur $A(3;4)$ en $B(11;8)$. AC is 'n vertikale lyn en BD is 'n raaklyn aan die sirkel by B . 'n Stuk draad is gespan van C na A , en om die sirkel na B , en dan na D op die x -as.



Bepaal die lengte van die draad.

(10)

$AC:$ $AC = 4 \checkmark$

$AB:$ $m_{OB} = \frac{8-4}{11-8} = \frac{4}{3} \checkmark$

\therefore inklinasie $\angle = \tan^{-1} \frac{4}{3} = 53,13^\circ$

$\therefore \hat{AOB} = 180^\circ - 53,13^\circ = 126,87^\circ \checkmark$

\therefore boog $AB = \frac{126,87^\circ}{360^\circ} \times 2\pi(5) = 11,07 \checkmark$

$BD:$ $m_{BD} = -\frac{3}{4} \checkmark$

$\therefore 8 = -\frac{3}{4}(11) + c$

$\therefore c = \frac{65}{4}$

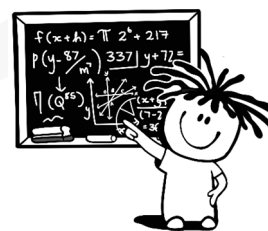
$\therefore y = -\frac{3}{4}x + \frac{65}{4} \checkmark$

By $D: y = 0$

$\therefore D\left(\frac{65}{3}; 0\right) \checkmark$

$\therefore BD = \sqrt{\left(11 - \frac{65}{3}\right)^2 + (8 - 0)^2} = \frac{40}{3} \checkmark$

\therefore lengte van draad $= 4 + 11,07 + \frac{40}{3} = 28,40$ eenhede \checkmark



Trigonometrie oplossings

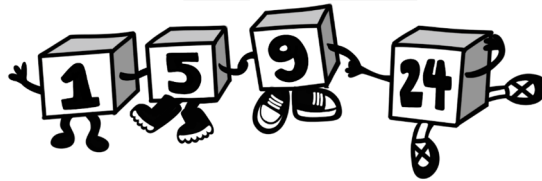
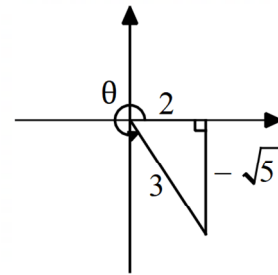
Ononderhandelbaar

1. As $\cos \theta = \frac{2}{3}$ en $\theta > 90^\circ$, bepaal die waarde van $\cos(\theta + 45^\circ)$ sonder die gebruik van 'n sakrekenaar. Laat jou antwoord in wortelvorm. (4)

$$\cos(\theta + 45^\circ) = \cos \theta \cos 45^\circ - \sin \theta \sin 45^\circ \checkmark$$

$$\therefore \cos(\theta + 45^\circ) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \checkmark - \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \cos(\theta + 45^\circ) = \frac{2 + \sqrt{5}}{3\sqrt{2}} \checkmark$$



Neem dit 'n stappie verder

2. Bewys die identiteit:

$$2 \cos \theta \cdot \cos 2\theta + \frac{\sin^2 2\theta}{\cos \theta} = 2 \cos \theta \quad (4)$$

$$\begin{aligned} LK &= 2 \cos \theta (1 - 2 \sin^2 \theta \checkmark) + \frac{(2 \sin \theta \cos \theta \checkmark)^2}{\cos \theta} \\ &= 2 \cos \theta - 4 \sin^2 \theta \cos \theta + \frac{4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \checkmark}{\cos \theta} \\ &= 2 \cos \theta - 4 \sin^2 \theta \cos \theta + 4 \sin^2 \theta \cos \theta \checkmark \\ &= 2 \cos \theta \\ &= RK \end{aligned}$$

OF

$$\begin{aligned} LK &= 2 \cos \theta (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta \checkmark) + \frac{(2 \sin \theta \cos \theta \checkmark)^2}{\cos \theta} \\ &= 2 \cos^3 \theta - 2 \cos \theta \sin^2 \theta + \frac{4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \checkmark}{\cos \theta} \\ &= \frac{2 \cos^4 \theta - 2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta + 4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\cos \theta} \\ &= \frac{2 \cos^4 \theta + 2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{\cos \theta} \\ &= \frac{2 \cos^2 \theta (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) \checkmark}{\cos \theta} \\ &= \frac{2 \cos^2 \theta (1)}{\cos \theta} \\ &= 2 \cos \theta \\ &= RK \end{aligned}$$

OF

$$\begin{aligned} LK &= 2 \cos \theta (2 \cos^2 \theta - 1 \checkmark) + \frac{(2 \sin \theta \cos \theta \checkmark)^2}{\cos \theta} \\ &= 4 \cos^3 \theta - 2 \cos \theta + \frac{4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \checkmark}{\cos \theta} \\ &= 4 \cos^3 \theta - 2 \cos \theta + 4 \sin^2 \theta \cos \theta \\ &= 4 \cos \theta (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - 2 \cos \theta \checkmark \\ &= 4 \cos \theta (1) - 2 \cos \theta \\ &= 4 \cos \theta - 2 \cos \theta \\ &= 2 \cos \theta \\ &= RK \end{aligned}$$





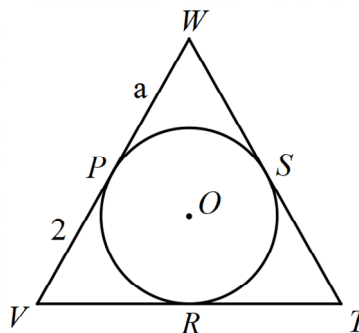
<https://www.theanswer.co.za/maths-grade-12-revision-trig-2022/>

3. In die diagram is sirkel PSR met middelpunt O binne-in ΔWVT geteken.

$$WV = WT$$

$$WP = a \text{ eenhede}$$

$$PV = 2 \text{ eenhede}$$



Bepaal $\cos V$ in terme van a .

(7)

$$WS = a \text{ (rlyne van ds pt)} \checkmark$$

$$ST = 2 \text{ (} WV = WT \text{)} \checkmark$$

$$VR = 2 \text{ (rlyne van ds pt)} \checkmark$$

$$TR = 2 \text{ (rlyne van ds pt)} \checkmark$$

$$\therefore \cos V = \frac{(a+2)^2 + 4^2 - (a+2)^2}{2(a+2)(4)} \checkmark$$

$$\therefore \cos V = \frac{16}{8(a+2)} \checkmark$$

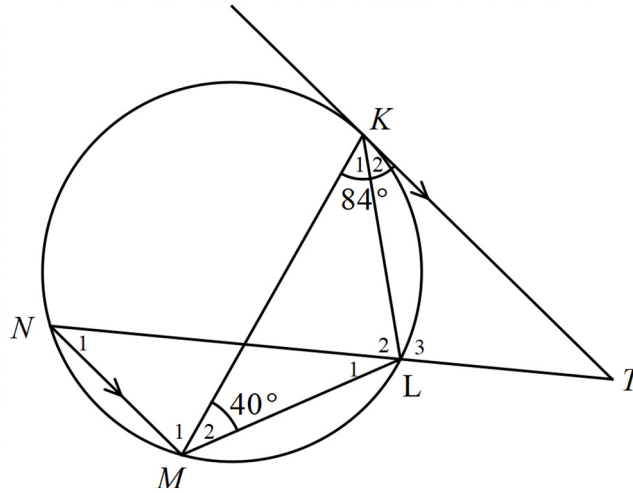
$$\therefore \cos V = \frac{2}{a+2} \checkmark$$



Euklidiese Meetkunde oplossings

Ononderhandelbaar

1. In die diagram is KT 'n raaklyn aan die sirkel by K en parallel aan die koord NM . NT sny die sirkel by L . $\triangle KML$ word geteken. $\widehat{M}_2 = 40^\circ$ en $\widehat{M\hat{K}T} = 84^\circ$.



Bepaal, met redes, die grootte van:

- | | | |
|-----|-----------------|-----|
| 1.1 | \widehat{K}_2 | (2) |
| 1.2 | \widehat{N}_1 | (3) |
| 1.3 | \widehat{T} | (2) |
| 1.4 | \widehat{L}_2 | (2) |
| 1.5 | \widehat{L}_1 | (1) |

- 1.1 $\widehat{K}_2 = 40^\circ \checkmark$ (rlyn koord st) \checkmark
 1.2 $\widehat{K}_1 = 44^\circ \checkmark$
 $\therefore \widehat{N}_1 = 44^\circ \checkmark$ (\angle 'e in ds seg) \checkmark
 1.3 $\widehat{T} = 44^\circ \checkmark$ (verw \angle 'e; $KT \parallel NM$) \checkmark
 1.4 $\widehat{L}_2 = 84^\circ \checkmark$ (buite \angle van $\triangle KLT$) \checkmark
 1.5 $\widehat{L}_1 = 12^\circ$ (\angle som van $\triangle KLM$) \checkmark



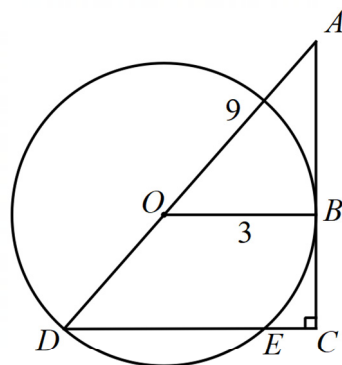
Neem dit 'n stappie verder

2. O is die middelpunt van die sirkel. Raaklyn ABC ontmoet die verlengde van koord DE by C sodat $\hat{C} = 90^\circ$. DO verleng ontmoet die raaklyn by A . $AO = 9$ eenhede en $OB = 3$ eenhede

Bereken, met redes:

2.1 AB

2.2 BC



(4)

(5)

2.1 $\hat{O}BA = 90^\circ$ ✓ (rlyn \perp rad) ✓
 $\therefore AB = \sqrt{9^2 - 3^2} = 6\sqrt{2}$ ✓ eenhede (Pythag) ✓

2.2 $OB \parallel DC$ (ooreenk $\angle e =$) ✓
 $OD = 3$ (radii) ✓
 $\frac{AO}{OD} = \frac{AB}{BC}$ (eweredigh st; $OB \parallel DC$) ✓
 $\therefore \frac{9}{3} = \frac{6\sqrt{2}}{BC}$ ✓
 $\therefore BC = 2\sqrt{2}$ eenhede ✓

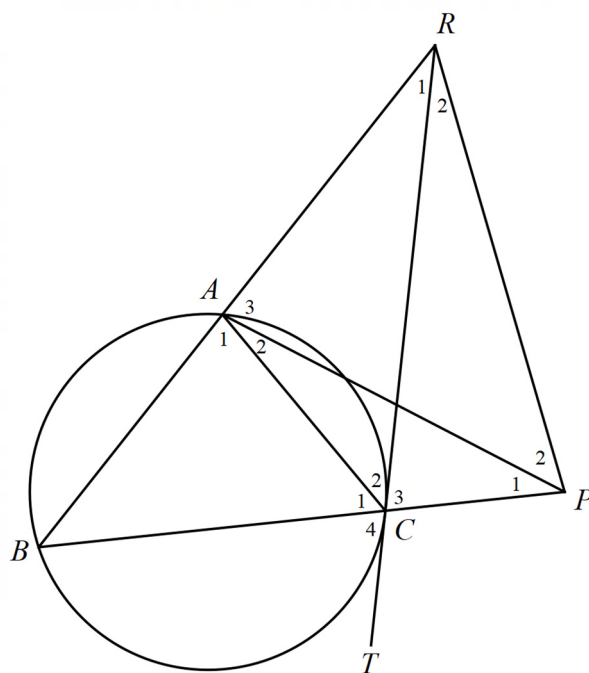


Reik na die sterre



<https://www.theanswer.co.za/maths-grade-12-revision-euclidean-2022/>

3. In die diagram word koord BA en raaklyn TC van sirkel ABC verleng en ontmoet by R. BC is verleng na P met $RC = RP$. AP is nie 'n raaklyn nie.



- 3.1 Bewys dat:
- 3.1.1 $ACPR$ 'n koordevierhoek is. (5)
 - 3.1.2 $\triangle CBA \sim \triangle RPA$ (4)
 - 3.1.3 $RC = \frac{CB \cdot RA}{AC}$ (2)
 - 3.1.4 $RB \cdot AC = RC \cdot CB$ (4)
- 3.2 Vervolgens, bewys dat $RC^2 = RA \cdot RB$ (3)



3.1

- 3.1.1 Laat $\hat{C}_3 = x$
 $\therefore \hat{C}_4 = x$ (reghoort \angle 'e) ✓
 $\therefore \hat{A}_1 = x$ (rlyn koord st) ✓
 $R\hat{P}C = x$ (\angle 'e teenoor gelyke sye) ✓
 $\therefore \hat{A}_1 = R\hat{P}C$ ✓
 $\therefore ACPR$ is 'n koordevierhoek (buite $\angle =$ teenoorst binne \angle) ✓

- 3.1.2 In ΔCBA en ΔRPA
1. $\hat{C}_1 = A\hat{R}P$ (buite \angle v kvh) ✓
2. $\hat{A}_3 = x$ (\angle 'e in ds seg) ✓
 $\therefore \hat{A}_1 = \hat{A}_3$ ✓
 $\therefore \Delta CBA \parallel \Delta RPA$ ($\angle\angle\angle$) ✓

3.1.3 $\frac{CB}{RP} = \frac{BA}{PA} = \frac{CA}{RA}$ ($\Delta CBA \parallel \Delta RPA$) ✓
 $\therefore RP = \frac{CB \cdot RA}{CA}$ ✓
 $\therefore RC = \frac{CB \cdot RA}{CA}$ ($RP = RC$)



- 3.1.4 In ΔRBP en ΔCBA
1. \hat{B} is gemeen ✓
2. $B\hat{P}R = \hat{A}_1$ (buite \angle van kvh) ✓
 $\therefore \Delta RBP \parallel \Delta CBA$ ($\angle\angle\angle$) ✓
 $\therefore \frac{RB}{CB} = \frac{BP}{BA} = \frac{RP}{CA}$ ($\Delta RBP \parallel \Delta CBA$)
 $\therefore RB \cdot CA = RP \cdot CB$ ✓
 $\therefore RB \cdot CA = RC \cdot CB$ ($RP = RC$)

3.2 $RC = \frac{RB \cdot AC}{CB}$ ✓ (van 3.1.4)
 $\therefore RC^2 = \frac{CB \cdot RA}{AC} \times \frac{RB \cdot AC}{CB}$ ✓✓
 $\therefore RC^2 = RA \cdot RB$

