Gr 10, Gr 11 & Gr 12 Wiskunde

EKSEMPLAAR VRAESTEL 2e

(memo's volg)

www.theanswer.co.za

THE ANSWER SERIES Your Key to Exam Success

GRAAD 10 EKSEMPLAAR VRAESTEL 2

Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.

Volpunte sal NIE noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word NIE.

Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.

*Indien nodig, rond antwoorde tot **TWEE** desimale plekke af, tensy anders vermeld.*

▶ STATISTIEK [15]

VRAAG 1

'n Bakker hou rekord van die getal botterbroodjies wat hy elke dag verkoop. Die data vir 19 dae word hieronder aangedui.

31	36	62	74	65	63	60	34	46	56
37	46	40	52	48	39	43	31	66	

1.1 Bepaal die gemiddeld van die gegewe data. (2)

1.2 Herrangskik die data in stygende orde en bepaal dan die mediaan. (2)

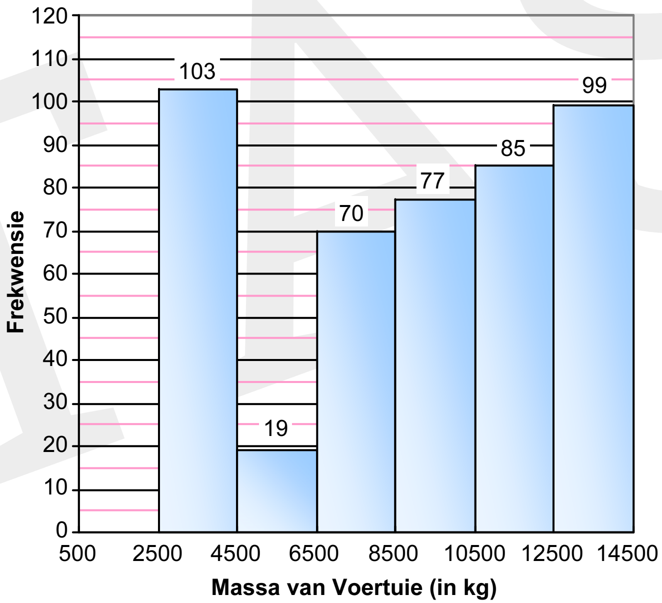
1.3 Bepaal die onderste en boonste kwartiele van die data. (2)

1.4 Teken 'n houer-en-puntdiagram om die data voor te stel. (2) [8]

VRAAG 2

Die verkeersafdeling is bekommerd dat swaarvoertuie (trokke) baie keer oorlaai is. Ten einde hierdie probleem te hanteer, is 'n aantal weegbrûe langs die hoofroetes in Suid-Afrika gebou. Die bruto (totale) voertuigmassa word by hierdie weegbrûe gemeet. Die histogram hieronder dui die data vir 'n maand aan wat by 'n weegbrug versamel is.

Histogram van Bruto Voertuigmassa aandui



2.1 Skryf die modale klas van die data neer. (1)

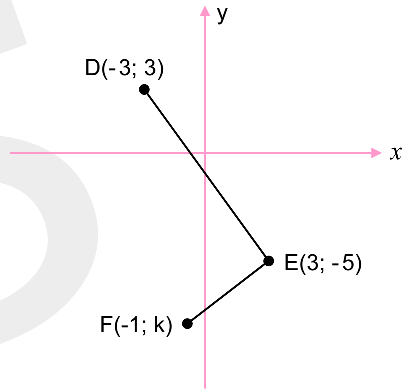
2.2 Skat die gemiddede bruto voertuigmassa vir die maand. (5)

2.3 Watter maatstaf van sentrale neiging, die modale klas of die geskatte gemiddelde, sal die beste beskrywing van die gegewe data gee? Verduidelik jou keuse. (1) [7]

▶ ANALITIESE MEETKUNDE [18]

VRAAG 3

3.1 In die diagram hieronder is D(-3; 3), E(3; -5) en F(-1; k) drie punte in die Cartesiese vlak.



3.1.1 Bereken die lengte van DE. (2)

3.1.2 Bereken die gradiënt van DE. (2)

3.1.3 Bepaal die waarde van k indien $D\hat{E}F = 90^\circ$. (4)

3.1.4 Indien k = -8, bepaal die koördinate van M, die middelpunt van DF. (2)

3.1.5 Bepaal die koördinate van punt G sodanig dat die vierhoek DEFG 'n reghoek sal wees. (4)

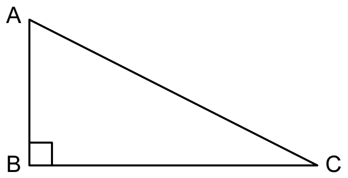
3.2 C is die punt (1; -2). Die punt D lê in die tweede kwadrant en die koördinate is $(x; 5)$.

Indien die lengte van CD gegee word as $\sqrt{53}$ eenhede, bereken die waarde van x. (4) [18]

▶ TRIGONOMETRIE [36]

VRAAG 4

4.1 In die diagram hieronder is ΔABC met 'n regte hoek by B.



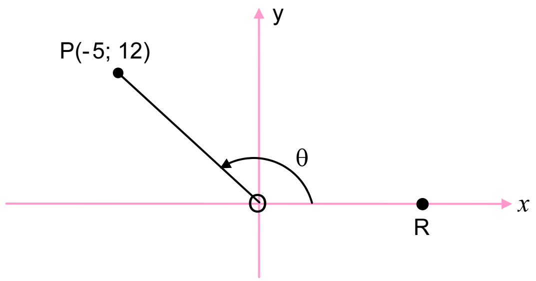
Voltooi die volgende stellings:

4.1.1 sin C = $\dfrac{AB}{\ldots}$ (1)

4.1.2 . . . A = $\dfrac{AB}{BC}$ (1)

4.2 **Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, bepaal die waarde van: $\dfrac{\sin 60^\circ \,.\, \tan 30^\circ}{\sec 45^\circ}$ (4)

4.3 In die diagram is P(-5; 12) 'n punt in die Cartesiese vlak en $R\hat{O}P = \theta$.



Bepaal die waarde van:

4.3.1 $\cos \theta$ (3)

4.3.2 $\text{cosec}^2\theta + 1$ (3) [12]

VRAAG 5

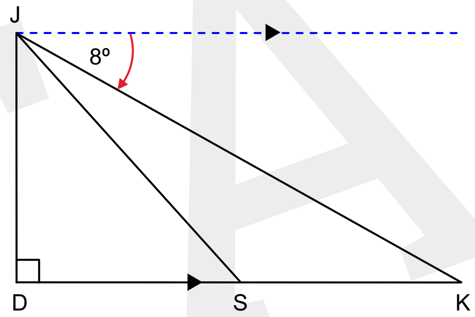
5.1 Los op vir x, korrek tot EEN desimale plek, in elk van die volgende vrae waar $0^\circ \leq x < 90^\circ$.

5.1.1 $5 \cos x = 3$ (2)

5.1.2 $\tan 2x = 1{,}19$ (3)

5.1.3 $4 \sec x - 3 = 5$ (4)

5.2 'n Vliegtuig by J vlieg op 'n hoogte van 5 kilometer direk oor 'n punt D op die grond. Die vliegtuig is oppad om by punt K te land. Die dieptehoek van J na K is 8°. S is 'n punt langs die pad van D na K.



5.2.1 Skryf die grootte van $J\hat{K}D$ neer. (1)

5.2.2 Bereken die afstand DK, korrek tot die naaste meter. (3)

5.2.3 Indien die afstand SK, 8 kilometer is, bepaal die afstand DS. (1)

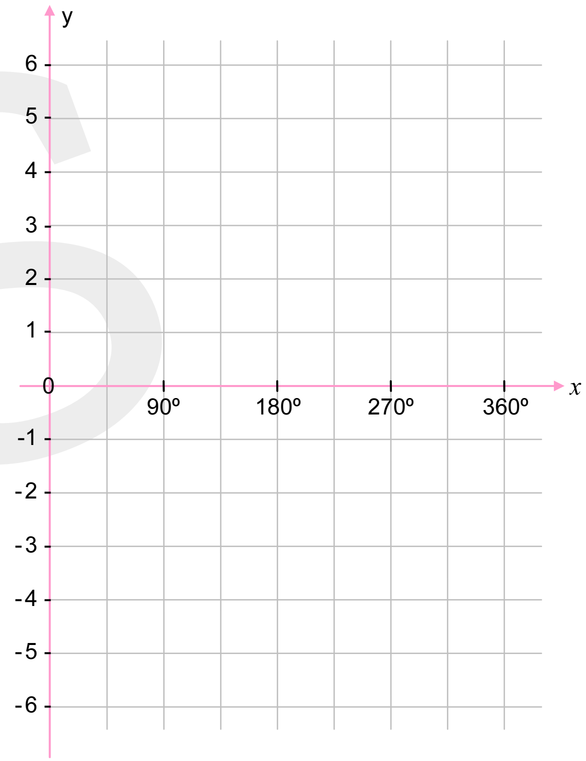
5.2.4 Bereken die hoogtehoek van punt S na J, korrek tot EEN desimale plek. (2) [16]

VRAAG 6

6.1 Beskou die funksie $y = 2 \tan x$.

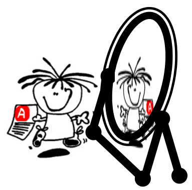
6.1.1 Maak 'n netjiese skets van $y = 2 \tan x$ vir $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ op die assestelsel hieronder.

Dui duidelik op jou skets die snypunte met die asse en die asimptote aan.

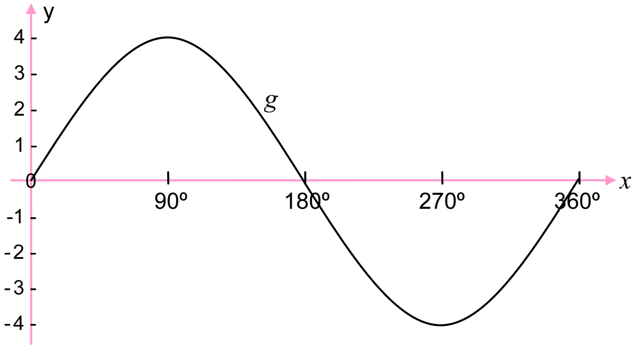


(4)

6.1.2 Indien die grafiek van $y = 2 \tan x$ gereflekteer word in die x-axis, skryf die vergelyking van die nuwe grafiek neer wat as gevolg van hierdie refleksie verkry word. (1)



6.2 Die diagram hieronder dui die grafiek van $g(x) = a \sin x$ for $0° \leq x \leq 360°$.



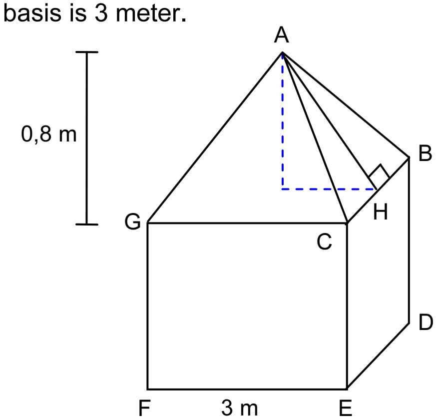
6.2.1 Bepaal die waarde van a. (1)

6.2.2 Indien die grafiek van g opwaarts met 2 eenhede getransleer word om 'n nuwe grafiek h te verkry, gee die waardeversameling van h. (2) [8]

▶ METING [12]

VRAAG 7

7.1 Die dak van 'n seiltent is in die vorm van 'n regte piramide op 'n vierkantige basis, met 'n loodregte hoogte van 0,8 meter. Die lengte van een sy van die basis is 3 meter.



7.1.1 Bepaal die lengte van AH. (2)

7.1.2 Bereken die buite-oppervlakte van die dak. (2)

7.1.3 Indien die hoogte van die mure van die tent 2,1 meter is, bereken die totale hoeveelheid seil benodig om die tent te maak indien die vloer nie ingesluit is nie. (2)

7.2 'n Metaalbal het 'n radius van 8 millimeter.

7.2.1 Bereken die volume metaal gebruik om hierdie bal te maak, korrek tot TWEE desimale plekke. (2)

> Die volume van 'n sfeer $= \frac{4}{3}\pi r^3$

7.2.2 Indien die radius van die bal verdubbel word, gee die verhouding van die nuwe volume : die oorspronklike volume. (2)

7.2.3 Jy wil graag hierdie bal met silwer plateer tot 'n dikte van 1 millimeter.

Watter volume silwer word benodig?

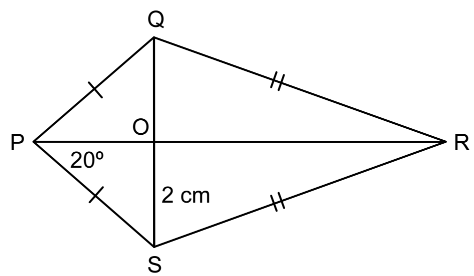
Gee jou antwoord korrek tot TWEE desimale plekke. (2) [12]

▶ EUKLIDIESE MEETKUNDE [19]

Gee redes vir jou stellings in die antwoorde op VRAAG 8 en 9.

VRAAG 8

PQRS is 'n vlieër sodanig dat die hoeklyne mekaar by O sny. OS = 2 cm en $O\hat{P}S = 20°$.



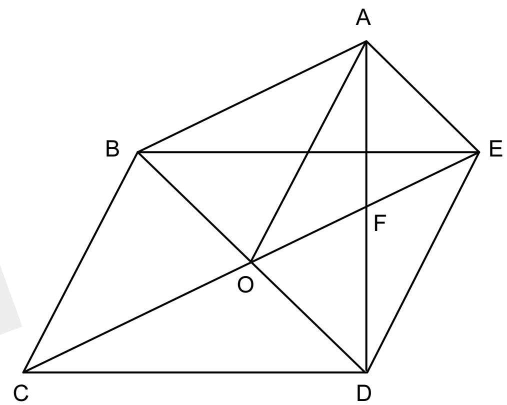
8.1 Skryf die lengte van OQ neer. (2)

8.2 Skryf die grootte van $P\hat{O}Q$ neer. (2)

8.3 Skryf die grootte van $Q\hat{P}S$ neer. (2) [6]

VRAAG 9

In die diagram is BCDE en AODE parallelogramme.



9.1 Bewys dat OF || AB. (4)

9.2 Bewys dat ABOE 'n parallelogram is. (4)

9.3 Bewys dat $\Delta ABO \equiv \Delta EOD$. (5) [13]

TOTAAL: 100

THE ANSWER SERIES *Your Key to Exam Success*

GRAAD 11 EKSEMPLAAR VRAESTEL 2

Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.

*Indien nodig, rond antwoorde tot **TWEE** desimale plekke af, tensy anders vermeld.*

▸ STATISTIEK [23]

VRAAG 1

Die data hieronder toon die aantal persone wat daagliks 'n plaaslike kliniek besoek om teen masels ingeënt te word.

5	12	19	29
35	23	15	33
37	21	26	18
23	18	13	21
18	22	20	

1.1 Bepaal die gemiddelde van die gegewe data. (2)

1.2 Bereken die standaardafwyking van die data. (2)

1.3 Bepaal die aantal persone wat teen masels ingeënt word en binne EEN standaardafwyking van die gemiddelde lê. (2)

1.4 Bepaal die interkwartielvariasiewydte van die data. (3)

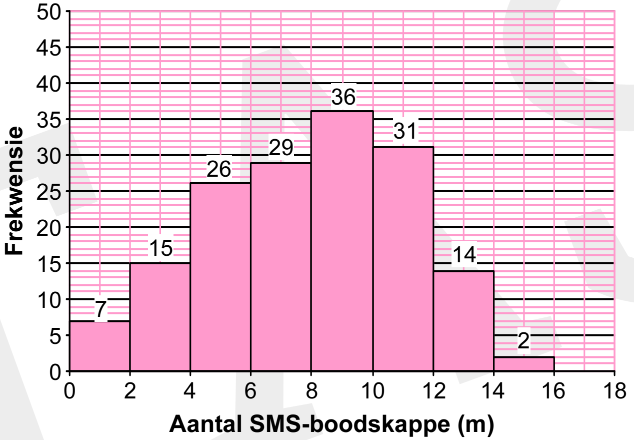
1.5 Stel die data met behulp van 'n houer-en-puntdiagram (mond-en-snordiagram) voor. (3)

1.6 Identifiseer enige uitskieters in die data-versameling. Staaf jou antwoord. (2) [14]

VRAAG 2

'n Groep Graad 11-leerders word ondervra oor die gebruik van 'n sekere toepassing ('application') om SMS-boodskappe te stuur. Die aantal SMS-boodskappe, m, wat deur elke leerder gestuur is, word in die histogram hieronder opgesom.

Histogram wat die aantal SMS-boodskappe wat deur leerders gestuur is, toon

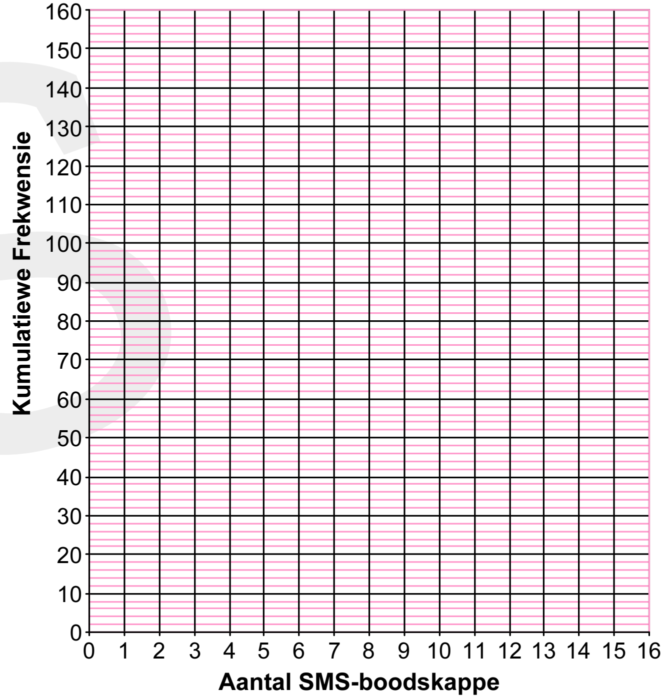


2.1 Voltooi die kumulatiewe frekwensietabel. (2)

KLAS	FREKWENSIE	KUMULATIEWE FREKWENSIE
$0 \le m < 2$		
$2 \le m < 4$		
$4 \le m < 6$		
$6 \le m < 8$		
$8 \le m < 10$		
$10 \le m < 12$		
$12 \le m < 14$		
$14 \le m < 16$		

2.2 Gebruik die rooster om 'n ogief (kumulatiewe frekwensiekromme) wat die data voorstel, te trek. (3)

Kumulatiewe Frekwensie



2.3 Gebruik die ogief om die mediaan vir die data te identifiseer. (1)

2.4 Skat die persentasie leerders wat meer as 11 boodskappe met die gebruik van hierdie toepassing gestuur het. (2)

2.5 In watter rigting is die data skeef? (1) [9]

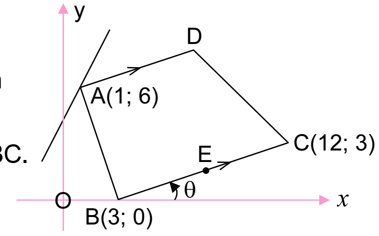
▸ ANALITIESE MEETKUNDE [29]

VRAAG 3

A(1; 6), B(3; 0), C(12; 3) en D is hoekpunte van 'n trapesium met AD || BC.

E is die middelpunt van BC.

Die inklinasiehoek van die reguitlyn BC is θ, soos op die diagram getoon.



3.1 Bereken die koördinate van E. (2)

3.2 Bepaal die gradiënt van die lyn BC. (2)

3.3 Bereken die grootte van θ. (2)

3.4 Bewys dat AD loodreg op AB is. (3)

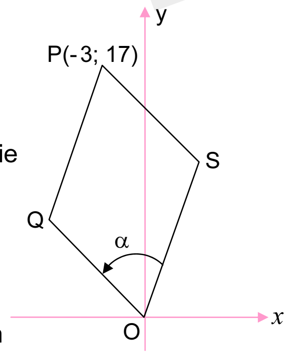
3.5 'n Reguitlyn, deur punt A getrek, gaan nie deur enige sy van die trapesium nie. Die lyn maak 'n hoek van 45° met sy AD van die trapesium. Bepaal die vergelyking van hierdie reguitlyn. (5) [14]

VRAAG 4

In die diagram hieronder is P(-3; 17), Q, O en S hoekpunte van 'n parallelogram.

Die sye OS en OQ word deur die vergelykings y = 6x en y = -x onderskeidelik gedefinieer.

$\hat{QOS} = \alpha$.



4.1 Bepaal die vergelyking van QP in die vorm y = mx + c. (3)

4.2 Bepaal vervolgens die koördinate van Q. (4)

4.3 Bereken die lengte van OQ. Laat jou antwoord in vereenvoudigde wortelvorm. (2)

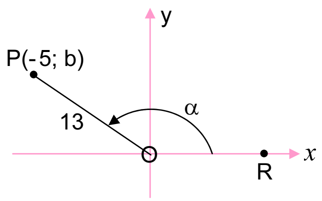
4.4 Bereken die grootte van α. (3)

4.5 Bereken die lengte van QS as OS = $\sqrt{148}$ eenhede. (3) [15]

TRIGONOMETRIE [52]

VRAAG 5

5.1 In die figuur langsaan is die punt P(-5; b) op die Cartesiese vlak aangedui.



OP = 13 eenhede en $R\hat{O}P = \alpha$.

Bepaal die waarde van die volgende **sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**:

5.1.1 $\cos\alpha$ 5.1.2 $\tan(180^\circ - \alpha)$ (1)(3)

5.2 Beskou: $\dfrac{\sin(\theta - 360^\circ)\sin(90^\circ - \theta)\tan(-\theta)}{\cos(90^\circ + \theta)}$

5.2.1 Vereenvoudig $\dfrac{\sin(\theta - 360^\circ)\sin(90^\circ - \theta)\tan(-\theta)}{\cos(90^\circ + \theta)}$ tot 'n enkele trigonometriese verhouding. (5)

5.2.2 Vervolgens, of andersins, los op vir θ, **sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**, as $0^\circ \le \theta \le 360^\circ$:

$$\frac{\sin(\theta - 360^\circ)\sin(90^\circ - \theta)\tan(-\theta)}{\cos(90^\circ + \theta)} = 0{,}5$$ (3)

5.3.1 Bewys dat $\dfrac{8}{\sin^2 A} - \dfrac{4}{1 + \cos A} = \dfrac{4}{1 - \cos A}$. (5)

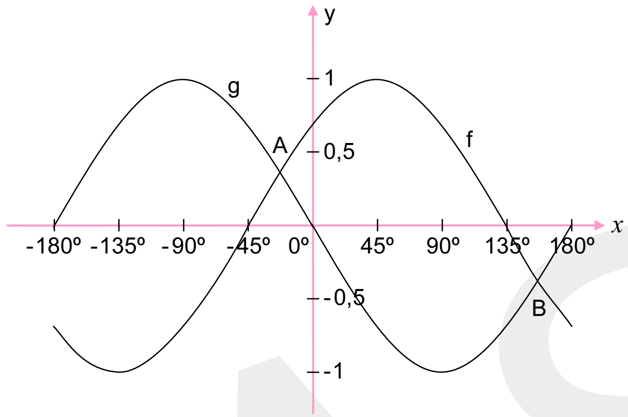
5.3.2 Vir watter waarde(s) van A in die interval $0^\circ \le A \le 360^\circ$ is die identiteit in VRAAG 5.3.1 ongedefinieerd? (3)

5.4 Bepaal die algemene oplossing van $8\cos^2 x - 2\cos x - 1 = 0$. (6) [26]

Gr 11 Trig

VRAAG 6

Die diagram hieronder toon die grafieke van $f(x) = \cos(x + p)$ en $g(x) = q\sin x$ vir die interval $-180^\circ \le x \le 180^\circ$.



6.1 Bepaal die waardes van p en q. (2)

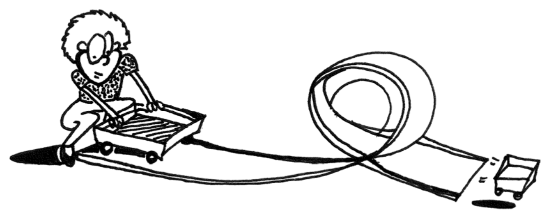
6.2 Die grafieke sny mekaar by A(-22,5°; 0,38) en B. Bepaal die koördinate van B. (2)

6.3 Bepaal die waarde(s) van x in die interval $-180^\circ \le x \le 180^\circ$ waarvoor $f(x) - g(x) < 0$. (2)

6.4 Die grafiek f word met 30° na links geskuif om 'n nuwe grafiek h te vorm.

6.4.1 Skryf die vergelyking van h in die eenvoudigste vorm neer. (2)

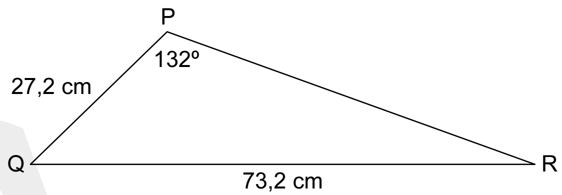
6.4.2 Skryf die waarde van x neer waarvoor h 'n minimum in die interval $-180^\circ \le x \le 180^\circ$ sal hê. (1) [9]



VRAAG 7

7.1 Bewys dat in enige skerphoekige $\triangle ABC$, $\dfrac{\sin A}{a} = \dfrac{\sin C}{c}$. (5)

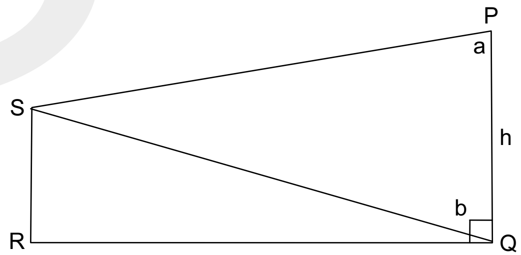
7.2 In $\triangle PQR$, $\hat{P} = 132^\circ$, PQ = 27,2 cm en QR = 73,2 cm.



7.2.1 Bereken die grootte van $\hat{R}$. (3)

7.2.2 Bereken die oppervlakte van $\triangle PQR$. (3)

7.3 In die figuur hieronder is, $S\hat{P}Q = a$, $P\hat{Q}S = b$ en PQ = h. PQ en SR is loodreg op RQ.



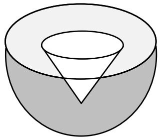
7.3.1 Bepaal die afstand SQ in terme van a, b en h. (3)

7.3.2 Toon vervolgens dat $RS = \dfrac{h\sin a \cdot \cos b}{\sin(a + b)}$. (3) [17]

2 scenario's

METING [6]

VRAAG 8



'n Soliede metaalhemisfeer se radius is 3 cm. Dit is van metaal A gemaak. Om sy gewig te verminder, word 'n keëlvormige gat in die hemisfeer geboor (soos in die skets getoon) en volledig met 'n ligter metaal B gevul. Die keëlvormige gat het 'n radius van 1,5 cm en 'n diepte van $\frac{8}{9}$ cm.

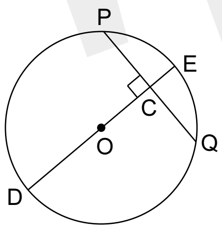
Bereken die verhouding van die volume van metaal A tot die volume van metaal B. [6]

EUKLIDIESE MEETKUNDE [40]

VRAAG 9

9.1 Voltooi die stelling sodat dit geldig is:
Die lyn wat van die middelpunt van 'n sirkel loodreg op 'n koord getrek word . . . (1)

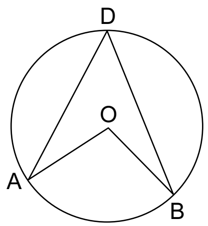
9.2 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel.
Die middellyn DE sny die koord PQ loodreg by C.
DE = 20 cm en CE = 2 cm.



Bereken, met redes, die lengte van die volgende:
9.2.1 OC   9.2.2 PQ   (2)(4) [7]

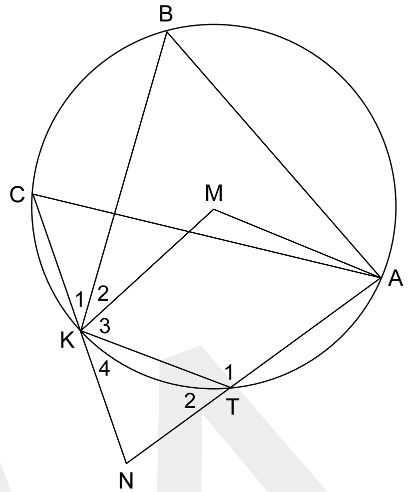
VRAAG 10

10.1 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel en A, B en D is punte op die sirkel.



Gebruik Euklidiese meetkundemetodes om die stelling te bewys wat beweer dat $A\hat{O}B = 2A\hat{D}B$. (5)

10.2 In die diagram is M die middelpunt van die sirkel. A, B, C, K en T lê op die sirkel.
AT verleng en CK verleng ontmoet in N.
Verder is NA = NC en $\hat{B} = 38°$.



10.2.1 Bereken, met redes, die grootte van die volgende hoeke:
(a) $K\hat{M}A$ (b) $\hat{T}_2$ (2)(2)
(c) $\hat{C}$ (d) $\hat{K}_4$ (2)(2)

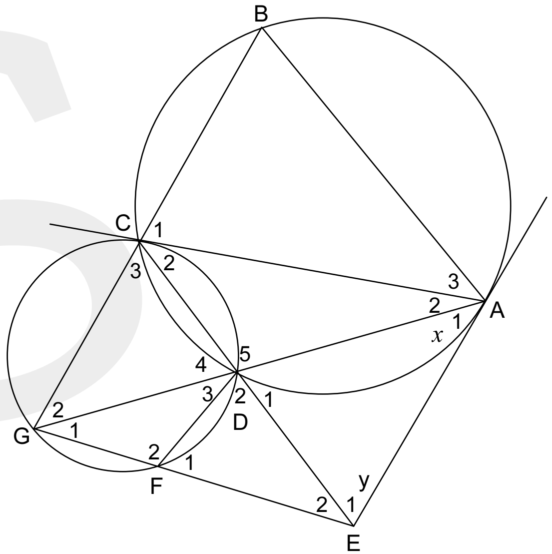
10.2.2 Toon aan dat NK = NT (2)

10.2.3 Bewys dat AMKN 'n koordevierhoek is. (3) [18]

VRAAG 11

11.1 Voltooi die volgende stelling sodat dit geldig is:
Die hoek tussen 'n koord en 'n raaklyn by die raakpunt is . . . (1)

11.2 In die diagram is EA 'n raaklyn aan sirkel ABCD by A.
AC is 'n raaklyn aan sirkel CDFG by C.
CE en AG sny mekaar in D.



As $\hat{A}_1 = x$ en $\hat{E}_1 = y$, bewys die volgende met redes:

11.2.1 BCG || AE (5)

11.2.2 AE is 'n raaklyn aan sirkel FED (5)

11.2.3 AB = AC (4) [15]

TOTAAL: 150

GRAAD 12 EKSEMPLAAR VRAESTEL 2

Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.

*Indien nodig, rond jou antwoorde tot **TWEE** desimale plekke af, tensy anders vermeld.*

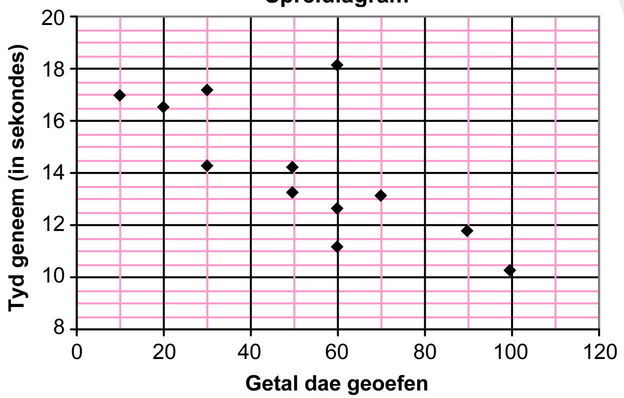
STATISTIEK [21]

VRAAG 1

Twaalf atlete het geoefen om aan die proewe van die plaaslike atletiekklub se 100 m-naelloop-item deel te neem. Sommige van hulle het die oefeninge meer ernstig as die ander opgeneem. Die volgende tabel en spreidiagram toon die getal dae wat 'n atleet geoefen het en die tyd wat dit geneem het om die naelloop te voltooi. Die tye wat aangeteken is, in sekondes, is tot een desimale plek afgerond.

Getal dae geoefen	50	70	10	60	60	20	50	90	100	60	30	30
Tyd geneem (in sekondes)	12,9	13,1	17,0	11,3	18,1	16,5	14,3	11,7	10,2	12,7	17,2	14,3

Spreidiagram



1.1 Bespreek die neiging van die data wat versamel is. (1)

1.2 Identifiseer enige uitskieter(s) in die data. (1)

1.3 Bereken die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressie lyn. (4)

1.4 Voorspel in watter tyd 'n atleet wat 45 dae geoefen het, die 100 m-naelloop sal voltooi. (2)

1.5 Bereken die korrelasiekoëffisiënt. (2)

1.6 Lewer kommentaar op die sterkte van die verband tussen die veranderlikes. (1) [11]

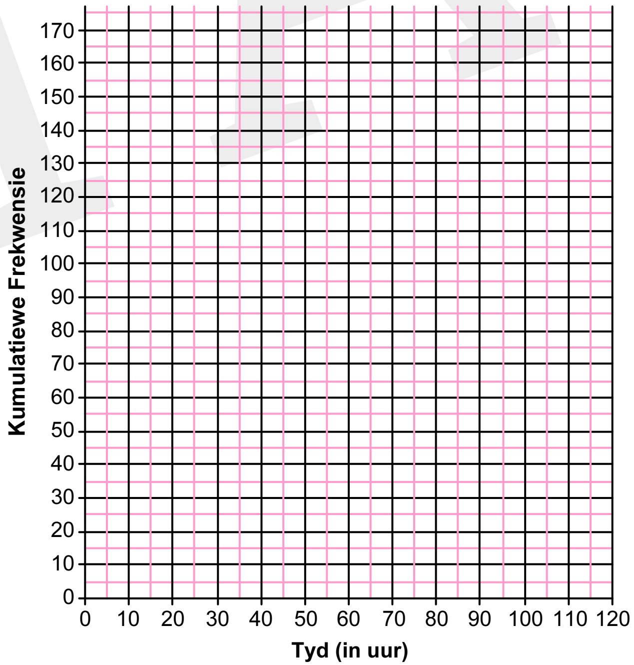
VRAAG 2

Die tabel hieronder toon die tyd (in uur) wat leerders tussen 14 en 18 jaar gedurende 3 weke van die vakansie voor die televisie deurgebring het.

Tyd (uur)	Kumulatiewe frekwensie
$0 \le t < 20$	25
$20 \le t < 40$	69
$40 \le t < 60$	129
$60 \le t < 80$	157
$80 \le t < 100$	166
$100 \le t < 120$	172

2.1 Skets 'n ogief (kumulatiewe frekwensiekurwe) op die assestelsel hieronder om die gegewe data voor te stel. (3)

Ogief (Kumulatiewe frekwensiekurwe)



2.2 Skryf die modale klas van die data neer. (1)

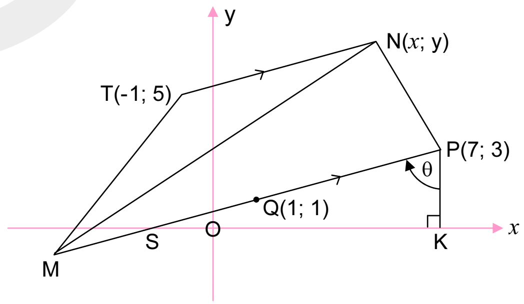
2.3 Gebruik die ogief (kumulatiewe frekwensiekurwe) om die getal leerders te bepaal wat meer as 80% van die tyd televisie gekyk het. (2)

2.4 Bepaal die gemiddelde tyd (in uur) wat die leerders tydens 3 weke van die vakansie voor die televisie deurgebring het. (4) [10]

ANALITIESE MEETKUNDE [37]

VRAAG 3

In die diagram hieronder is M, T$(-1;\ 5)$, N$(x;\ y)$ en P$(7;\ 3)$ hoekpunte van trapesium MTNP met TN || MP. Q$(1;\ 1)$ is die middelpunt van MP. PK is 'n vertikale lyn en $S\hat{P}K = \theta$. Die vergelyking van NP is $y = -2x + 17$.



3.1 Skryf die koördinate van K neer. (1)

3.2 Bepaal die koördinate van M. (2)

3.3 Bepaal die gradiënt van PM. (2)

3.4 Bereken die grootte van θ. (3)

3.5 Vervolgens, of andersins, bereken die lengte van PS. (3)

3.6 Bepaal die koördinate van N. (5)

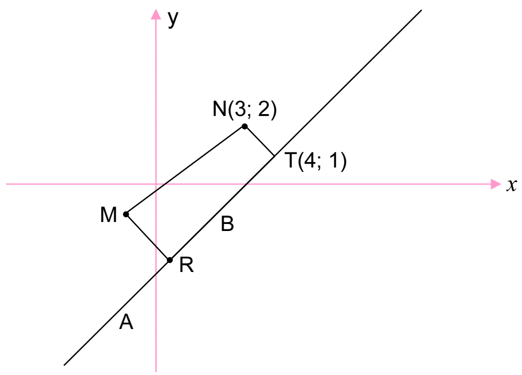
3.7 As A$(a;\ 5)$ in die Cartesiese vlak lê:

3.7.1 Skryf die vergelyking neer van die reguitlyn wat die moontlike posisies van A voorstel. (1)

3.7.2 Vervolgens, of andersins, bereken die waarde(s) van a waarvoor $T\hat{A}Q = 45^\circ$. (5) [22]

VRAAG 4

In die diagram hieronder word die sirkel, met middelpunt M, se vergelyking gegee deur $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 9$. R is 'n punt op koord AB sodat MR koord AB halveer. ABT is 'n raaklyn aan die sirkel met middelpunt N(3; 2) by punt T(4; 1).



4.1 Skryf die koördinate van M neer. (1)

4.2 Bepaal die vergelyking van AT in die vorm $y = mx + c$. (5)

4.3 Indien verder gegee word dat $MR = \frac{\sqrt{10}}{2}$ eenhede, bereken die lengte van AB. Laat jou antwoord in vereenvoudigde wortelvorm. (4)

4.4 Bereken die lengte van MN. (2)

4.5 'n Ander sirkel met middelpunt N raak die sirkel met middelpunt M by punt K. Bepaal die vergelyking van die nuwe sirkel. Skryf jou antwoord in die vorm $x^2 + y^2 + Cx + Dy + E = 0$ (3) [15]

▸ TRIGONOMETRIE [41]

VRAAG 5

5.1 Gegee dat $\sin\alpha = -\frac{4}{5}$ en $90° < \alpha < 270°$.

SONDER om 'n sakrekenaar te gebruik, bepaal die waarde van elk van die volgende, in die eenvoudigste vorm:

5.1.1 $\sin(-\alpha)$ (2)

5.1.2 $\cos\alpha$ (2)

5.1.3 $\sin(\alpha - 45°)$ (3)

5.2 Beskou die identiteit:

$$\frac{8\sin(180° - x)\cos(x - 360°)}{\sin^2 x - \sin^2(90° + x)} = -4\tan 2x$$

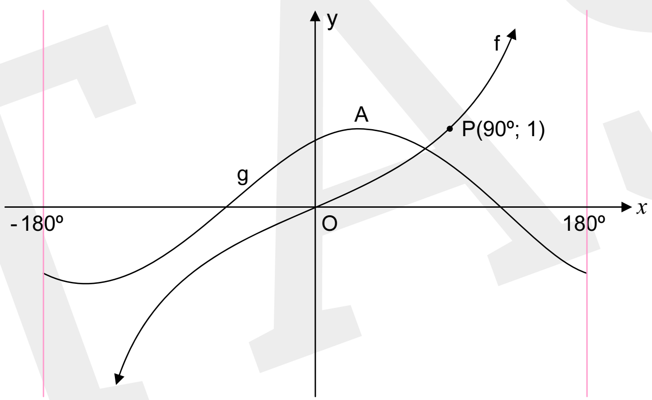
5.2.1 Bewys die identiteit. (6)

5.2.2 Vir watter waarde(s) van x in die interval $0° < x < 180°$ is die identiteit nie gedefinieerd nie? (2)

5.3 Bepaal die algemene oplossing van $\cos 2\theta + 4\sin^2\theta - 5\sin\theta - 4 = 0$. (7) [22]

VRAAG 6

In die diagram hieronder is die grafieke van $f(x) = \tan bx$ en $g(x) = \cos(x - 30°)$ op dieselfde assestelsel geskets vir $-180° \leq x \leq 180°$. Die punt P(90°; 1) lê op f.
Gebruik die diagram om die volgende vrae te beantwoord.

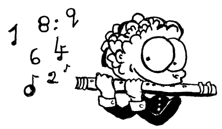


6.1 Bepaal die waarde van b. (1)

6.2 Skryf die koördinate van A, 'n draaipunt van g, neer. (2)

6.3 Skryf die vergelyking van die asimptoot/asimptote van $y = \tan b(x + 20°)$ vir $x \in [-180°; 180°]$ neer. (1)

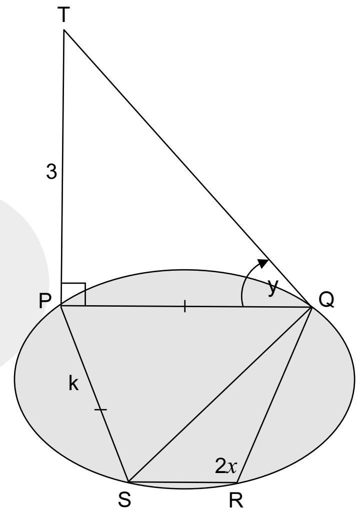
6.4 Bepaal die waardeversameling van h as $h(x) = 2g(x) + 1$. (2) [6]



VRAAG 7

7.1 Bewys dat in enige skerphoekige ΔABC is $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$. (5)

7.2 Die raamwerk van 'n konstruksie bestaan uit 'n koordevierhoek PQRS in die horisontale vlak en 'n vertikale paal TP soos in die figuur aangetoon. Die hoogtehoek van T, soos gemeet vanaf Q, is y°. PQ = PS = k eenhede, TP = 3 eenhede en $S\hat{R}Q = 2x°$.



7.2.1 Toon aan, met redes, dat $P\hat{S}Q = x$. (2)

7.2.2 Bewys dat $SQ = 2k\cos x$. (4)

7.2.3 Bewys vervolgens dat $SQ = \frac{6\cos x}{\tan y}$. (2) [13]

▸ EUKLIDIESE MEETKUNDE EN METING [51]

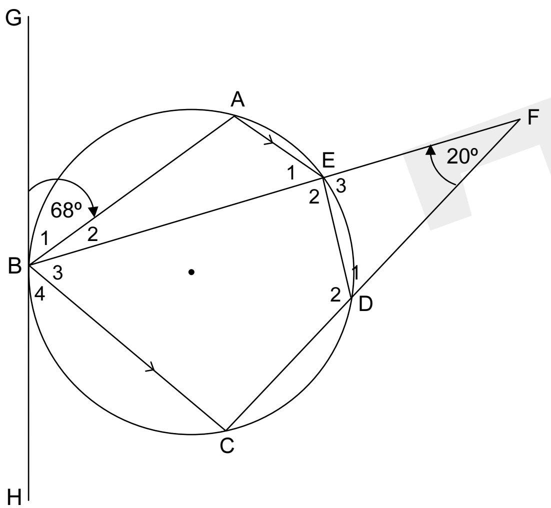
Gee redes vir jou bewerings in VRAAG 8, 9 en 10.

VRAAG 8

8.1 Voltooi die volgende bewering:

Die hoek tussen 'n raaklyn en 'n koord by die raakpunt is gelyk aan . . . (1)

8.2 In die diagram is A, B, C, D en E punte op die omtrek van die sirkel sodat AE || BC. BE en CD verleng ontmoet in F. GBH is 'n raaklyn aan die sirkel by B. $\hat{B}_1 = 68º$ en $\hat{F} = 20º$.



Bepaal die grootte van elk van die volgende:

8.2.1 $\hat{E}_1$ (2)

8.2.2 $\hat{B}_3$ (1)

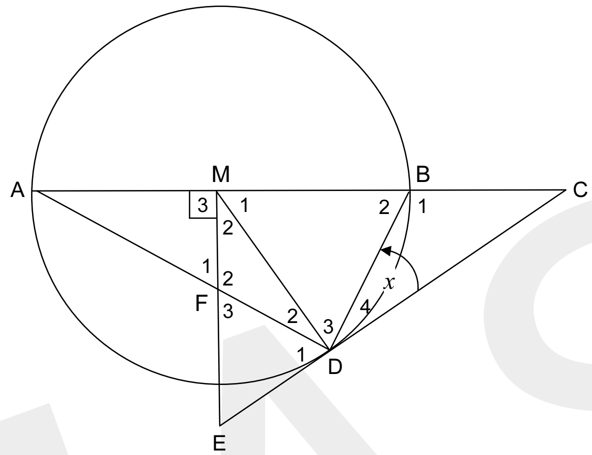
8.2.3 $\hat{D}_1$ (2)

8.2.4 $\hat{E}_2$ (1)

8.2.5 $\hat{C}$ (2) [9]

VRAAG 9

In die diagram is M die middelpunt van die sirkel en middellyn AB is verleng na C. ME is loodreg op AC getrek sodat CDE 'n raaklyn aan die sirkel by D is. ME en koord AD sny in F. MB = 2BC.



9.1 As $\hat{D}_4 = x$, skryf, met redes, TWEE ander hoeke neer wat gelyk is aan x. (3)

9.2 Bewys dat CM 'n raaklyn by M is aan die sirkel wat deur M, E en D gaan. (4)

9.3 Bewys dat FMBD 'n koordevierhoek is. (3)

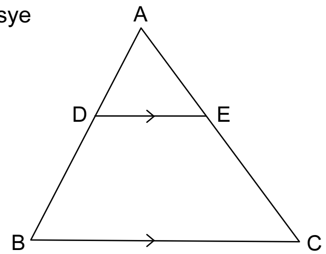
9.4 Bewys dat $DC^2 = 5BC^2$. (3)

9.5 Bewys dat $\Delta DBC \;|||\; \Delta DFM$. (4)

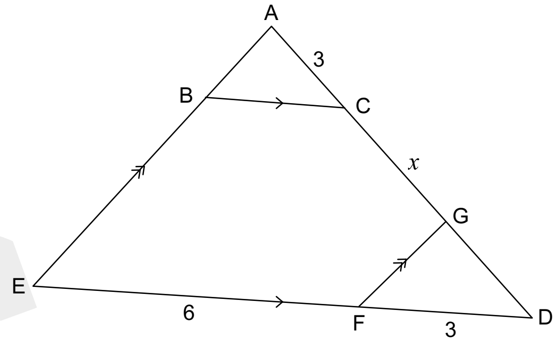
9.6 Bepaal vervolgens die waarde van $\frac{DM}{FM}$. (2) [19]

VRAAG 10

10.1 In die diagram lê punte D en E op onderskeidelik sye AB en AC van ΔABC sodat DE || BC. Gebruik Euklidiese meetkunde-metodes om die stelling te bewys wat beweer dat $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$. (6)



10.2 In die diagram is ADE 'n driehoek met BC || ED en AE || GF. Verder word ook gegee dat AB : BE = 1 : 3, AC = 3 eenhede, EF = 6 eenhede, FD = 3 eenhede en CG = x eenhede.



Bereken, met redes:

10.2.1 die lengte van CD (3)

10.2.2 die waarde van x (4)

10.2.3 die lengte van BC (5)

10.2.4 die waarde van $\frac{\text{area } \Delta ABC}{\text{area } \Delta GFD}$ (5) [23]

TOTAAL: 150

EKSEMPLAAR MEMO'S

Gr 10, 11 & 12

THE ANSWER SERIES *Your Key to Exam Success*

GRAAD 10 EKSEMPLAAR VRAESTEL 2 MEMO

1.1 Die gemiddelde,

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \quad \ldots \frac{\textit{totale aantal datatellings}}{\textit{totale aantal dae}}$$

$$= \frac{929}{19}$$

$$\approx 48{,}89 \quad ◀$$

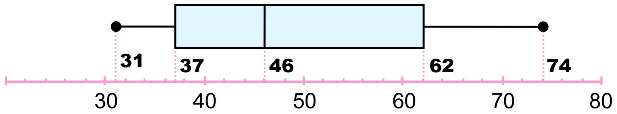
1.2 31; 31; 34; 36; 37 (Q_1); 39; 40; 43; 46 (Q_2); 46; 48; 52; 56; 60; 62 (Q_3); 63; 65; 66; 74

Die mediaan (Q_2) = 46 ◀

1.3 Die onderste kwartiel (Q_1) = 37 ◀

Die boonste kwartiel (Q_3) = 62 ◀

1.4 Min waarde = 31 & Maks waarde = 74



2.1 $2\,500 \leq x < 4\,500$

Die **som** van . . .
die **produkte** van die **frekwensie**
en die **middelwaarde** vir elke interval

2.2 Geskatte gemiddelde, $\overline{X}$

$$= \frac{103 \times 3\,500 + 19 \times 5\,500 + 70 \times 7\,500 + 77 \times 9\,500 \ldots^*}{103 + 19 + 70 + 77 + 85 + 99}$$

Die som van die frekwensies

$^*\ldots + 85 \times 11\,500 + 99 \times 13\,500$

$$= \frac{4\,035\,500}{453}$$

$$\approx 8\,908{,}39 \text{ kg} \quad ◀$$

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

2.3 Die geskatte gemiddelde ◀

Hierdie waarde is in die middel van die datastel, terwyl die modale klas 'n uiterste situasie in vergelyking met die ander intervalle is. ◀

3.1.1 $DE^2 = (3+3)^2 + (-5-3)^2$

$= 36 + 64$

$= 100$

$\therefore$ DE = 10 eenhede ◀

3.1.2 Gradiënt van DE,

$$m_{DE} = \frac{-5-3}{3+3} = \frac{-8}{6} = -\frac{4}{3} \quad ◀$$

3.1.3 $m_{EF} = \frac{k+5}{-1-3} = \frac{k+5}{-4}$

$D\hat{E}F = 90° \Rightarrow m_{EF} = +\frac{3}{4}$ . . . $EF \perp DE$

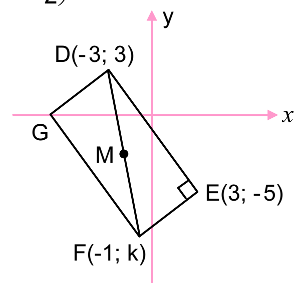
$\therefore \frac{k+5}{-4} = \frac{3}{4}$

$\times(-4)$ $\quad \therefore k + 5 = -3$

$\therefore k = -8$ ◀

3.1.4 $M\left(\frac{-3+(-1)}{2}; \frac{3+(-8)}{2}\right)$

$\therefore M\left(-2; -\frac{5}{2}\right)$ ◀



3.1.5 DEFG sal 'n $||^m$ wees as M ook die middelpunt van EG is.

& Aangesien $D\hat{E}F = 90°$,
sal DEFG 'n reghoek wees.
. . . as een ∠ van 'n $||^m$ 'n regte ∠ is, dan is die $||^m$ 'n reghoek.

$\frac{x_G + 3}{2} = -2$ en $\frac{y_G + (-5)}{2} = -\frac{5}{2}$

$\times 2)$ $\quad \therefore x_G + 3 = -4$ $\qquad \therefore y_G - 5 = -5$

$\therefore x_G = -7$ $\qquad \therefore y_G = 0$

$\therefore$ G(-7; 0) ◀

OF:

Die translasie F tot G is gelyk aan die van E tot D

$\therefore$ G(-1 - 6; -8 + 8)

$\therefore$ G(-7; 0) ◀

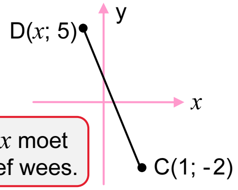
OF:

Die translasie D tot G is gelyk aan die van E tot F

$\therefore$ G(-3 - 4; 3 - 3)

$\therefore$ G(-7; 0) ◀

3.2



LW: x moet negatief wees.

$CD^2 = (x-1)^2 + (5+2)^2 = \left(\sqrt{53}\right)^2$

$\therefore\ (x-1)^2 + 49 = 53$

$\therefore\ (x-1)^2 = 4$

$\therefore\ x - 1 = \pm 2$

$\therefore\ x = 3$ of -1

Maar $x < 0$ in die tweede kwadrant

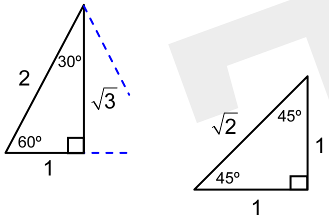
$\therefore\ x = -1$ ✓ ... *slegs die neg. waarde van x is geldig*

4.1.1 $\sin C = \dfrac{AB}{\mathbf{AC}}$ ✓

4.1.2 $\mathbf{cot}\ A = \dfrac{AB}{BC}$

Let Wel: $\tan A = \dfrac{BC}{AB}$; $\cot A = \dfrac{1}{\tan A}$

4.2 Die uitdrukking



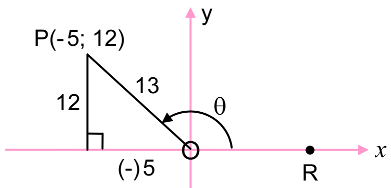
$$= \dfrac{\dfrac{\cancel{\sqrt{3}}}{2} \times \dfrac{1}{\cancel{\sqrt{3}}}}{\sqrt{2}}$$

$$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \dfrac{1}{2\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$ ... *Die noemer moet gerasionaliseer word*

$$= \dfrac{\sqrt{2}}{4}$$ ✓ ... $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

4.3.1 OP = 13 eenhede ... *5 : 12 : 13 Δ ; Pythagoras*



$\therefore\ \cos\theta = \dfrac{-5}{13} = -\dfrac{5}{13}$ ✓ ... $\cos\theta = \dfrac{x}{r}$

4.3.2 $\sin\theta = \dfrac{12}{13}$ ➡ $\operatorname{cosec}\theta = \dfrac{13}{12}$

$\therefore\ \operatorname{cosec}^2\theta + 1 = \left(\dfrac{13}{12}\right)^2 + 1 = \dfrac{169}{144} + 1$

$= \dfrac{169 + 144}{144} = \dfrac{313}{144}$ ✓ $\left(= 2\dfrac{25}{144}\ ✓\right)$

5.1.1 $5\cos x = 3$

$\div 5)\quad \therefore\ \cos x = \dfrac{3}{5}\quad (= 0{,}6)$

$\therefore\ x \approx 53{,}1^\circ$ ✓ ... $\cos^{-1}\left(\dfrac{3}{5}\right) =$

5.1.2 $\tan 2x = 1{,}19$

$\therefore\ 2x = 49{,}958...^\circ$ ... $\tan^{-1} 1{,}19 =$

$\div 2)\quad \therefore\ x \approx 25{,}0^\circ$ ✓

5.1.3 $4\sec x - 3 = 5$

$+ 3)\quad \therefore\ 4\sec x = 8$

$\div 4)\quad \therefore\ \sec x = 2$

$\therefore\ \cos x = \dfrac{1}{2}$

$x = 60^\circ$ ✓ ... $\cos^{-1}\left(\dfrac{1}{2}\right) =$

5.2.1 $J\hat{K}D = 8^\circ$ ✓ ... *verwisselende ∠'e; || lyne*

5.2.2 In ΔJDK: $\dfrac{DK}{5} = \cot 8^\circ$ ... $= \dfrac{1}{\tan 8^\circ}$

$\times 5)\quad \therefore\ DK = \dfrac{5}{\tan 8^\circ}$

$= 35{,}5768...$ km

$= 35\ 576{,}8$ meter

$\approx 35\ 577$ meter ✓

... *korrek tot die naaste meter*

5.2.3 DS = DK – SK

= 35,58 km – 8 km

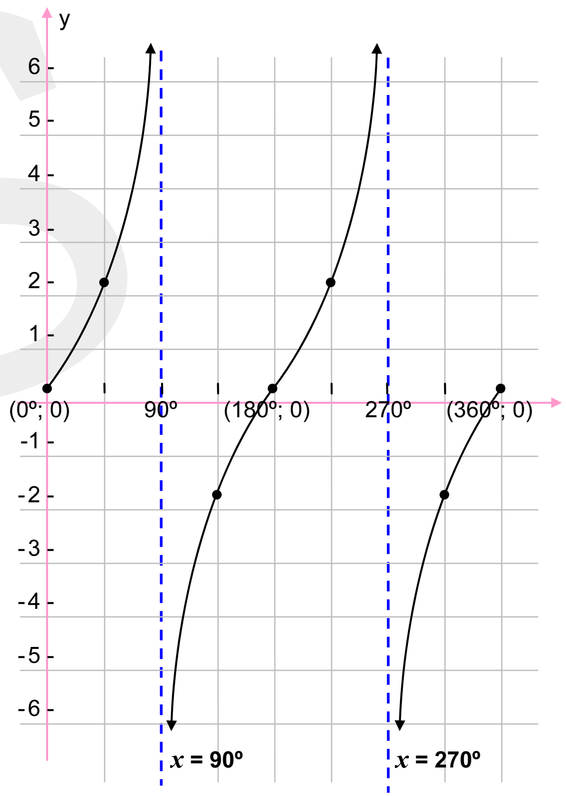
= 27,58 km ✓

5.2.4 $\tan J\hat{S}D = \dfrac{5}{27{,}58}$

$\therefore\ J\hat{S}D \approx 10{,}3^\circ$ ✓ ... $\tan^{-1}\left(\dfrac{5}{27{,}58}\right) =$

korrek tot 1 des. plek

6.1.1



6.1.2 $y = -2\tan x$ ✓

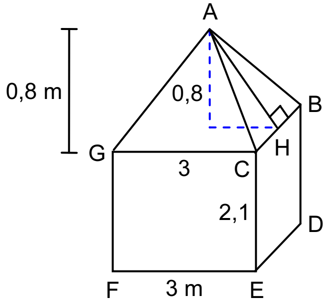
6.2.1 a = 4 ✓

$g(x) = a\sin x$ ➡ $g(90^\circ) = a\sin 90^\circ$
➡ $4 = a$

6.2.2 Die waardeversameling van h:

$-2 \leq y \leq 6$ ✓ ... *die waardes van y*

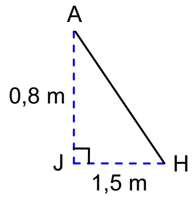
7.



7.1.1 $AH^2 = 0{,}8^2 + 1{,}5^2$

$= 2{,}89$

$\therefore$ AH $\approx$ 1,7 m ✓



OF: Pythag. drietal: 8 : 15 : 17

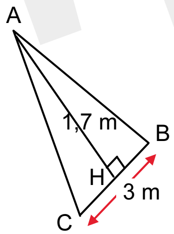
➡ 0,8 : 1,5 : **1,7** ✓

7.1.2 Buite-oppervlakte van dak

$= 4 \times$ oppervlakte van ΔABC

$= 4 \times \frac{1}{2}(3)(1{,}7)$

$= 10{,}2\ m^2$ ✓



7.1.3 Buite-oppervlakte van die mure

$= 4 \times$ oppervlakte van GFEC

$= 4 \times (3)(2{,}1)$

$= 25{,}2\ m^2$ ✓

$\therefore$ Die totale buite-oppervlakte van die tent

$= 10{,}2 + 25{,}2$

$= 35{,}4\ m^2$ ✓

7.2.1 Volume $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(8)^3 \approx 2\ 144{,}66\ mm^3$ ✓

7.2.2 $2^3 : 1$

$= 8 : 1$ ✓

$$\frac{\text{Nuwe volume}}{\text{Oorspronklike volume}} = \frac{\cancel{\frac{4}{3}}\cancel{\pi}(\mathbf{2}r)^3}{\cancel{\frac{4}{3}}\cancel{\pi}r^3} = \frac{\mathbf{2^3}\cancel{r^3}}{\cancel{r^3}} = \frac{\mathbf{8}}{1}$$

7.2.3 Volume van silwer

$= \frac{4}{3}\pi(8 + \mathbf{1})^3 - \frac{4}{3}\pi(8)^3$ . . . *Die volume silwer wat die bal bedek.*

$= 908{,}967\ldots$

$\approx 908{,}97\ mm^3$ ✓

8.1 OQ = 2 cm ✓ . . . *die langer hoeklyn van 'n vlieër halveer die korter hoeklyn*

8.2 $P\hat{O}Q = 90°$ ✓ . . . *die hoeklyne van 'n vlieër sny mekaar reghoekig*

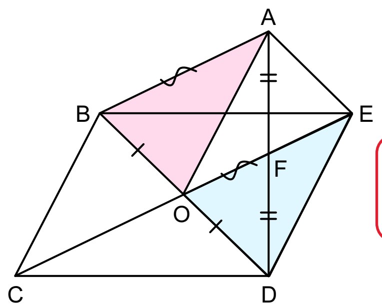
8.3 $Q\hat{P}O = 20°$ . . . *die langer hoeklyn van 'n vlieër halveer die (teenoorstaande) hoeke van 'n vlieër*

$\therefore Q\hat{P}S = 40°$ ✓

9.

Wenk:

Gebruik kleurpotlode om die verskillende $||^{me}$ en Δ^e in te kleur.



Die ingekleurde Δ^e (en hul sye) verwys na Vraag 9.3.

9.1 In ΔDBA:

O is die midpt van BD . . . *hoeklyne van $||^m$ BCDE halveer mekaar*

& F is die midpt van AD . . . *hoeklyne van $||^m$ AODE halveer mekaar*

$\therefore$ OF || AB ✓ . . . *die lyn wat die middelpunte van twee sye van 'n Δ verbind is || aan die 3^{de} sy*

9.2 AE || OD . . . *teenoorst. sye van $||^m$ AODE*

$\therefore$ AE || BO

en OF || AB . . . *hierbo bewys*

$\therefore$ OE || AB

$\therefore$ ABOE is a $||^m$ . . . *albei pare teenoorstaande sye is parallel*

OF: In $||^m$ AODE: AE = en || OD . . . *teen. sye van $||^m$*

Maar OD = en || BO . . . *O bewys midpt van BD in 9.1*

$\therefore$ AE = en || BO

$\therefore$ ABOE is 'n $||^m$ ✓ . . . *1 pr teenoorst. sye = en ||*

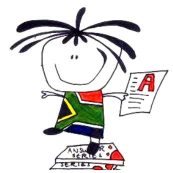
9.3 In Δ^e ABO en EOD

1) AB = EO . . . *teenoorst. sye van $||^m$ ABOE*

2) BO = OD . . . *bewys in 9.1*

3) AO = ED . . . *teenoorst. sye van $||^m$ AODE*

$\therefore \Delta ABO \equiv \Delta EOD$ ✓ . . . *SSS*



GRAAD 11 EKSEMPLAAR VRAESTEL 2 MEMO

Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.

*Indien nodig, rond antwoorde tot **TWEE** desimale plekke af, tensy anders vermeld.*

▶ STATISTIEK [23]

Sakrekenaar instruksies om:
- die gemiddelde, en
- standaardafwyking (vir ongegroepeerde data)

te bepaal

Casio fx-82ES

Jy sal sien:

	X	FREK
1	...	*outomaties*
2	...	*ingeskryf*
3	...	*as 1*

- [MODE] [2 : STAT] [1 : 1 - VAR]
- Gee elke waarde, gevolg deur [=] na die laaste waarde: [=] **[AC]**
- Die **gemiddelde**: [SHIFT] [STAT] [5 : VAR] [2 : $\bar{x}$] [=]
- Die **S.A.**: [SHIFT] [STAT] [5 : VAR] [3 : $x\sigma$n] [=]

1.1 Die gemiddelde, $\bar{x} \approx$ **21,47** ◄

1.2 Die standaardafwyking, $\sigma \approx$ **7,81** ◄

1.3 $\bar{x} + 1\sigma = 29{,}28$ . . . *die boonste limiet*

$\bar{x} - 1\sigma = 13{,}66$ . . . *die onderste limiet*

$\therefore$ Die aantal persone wat daagliks ingeënt word, moet tussen 13,66 en 29,28 wees.

Die getalle in die reeks is:
19 29 23 15 21 26
18 23 18 21 18 22 20

Dit gebeur op 13 dae. ◄

1.4 Die 19 tellings moet van die kleinste tot die grootste gerangskik word.

'n Stingel-en-blaardiagram:

Hierdie diagram is nuttig vir die bepaling van kwartiele.

Die stingel	Die blare
0	5
1	2 3 5 $\boxed{8}$ (Q_1) 8 8 9
2	0 $\boxed{1}$ (Q_2) 1 2 3 3 $\boxed{6}$ (Q_3) 9
3	3 5 7

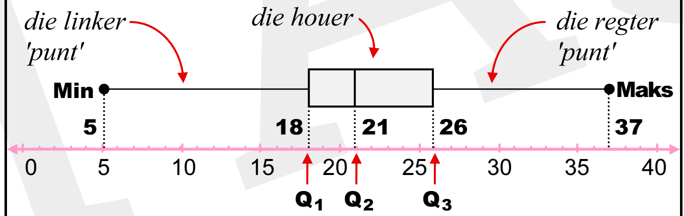
$\mathbf{Q_1}$ = die 5de telling = 18

($\mathbf{Q_2}$, die mediaan = die 10de telling = 21)

$\mathbf{Q_3}$ = die 15de telling = 26

$\therefore$ **Die IKV** = $\mathbf{Q_3 - Q_1}$ = 26 - 18 = **8** ◄

1.5



1.6 **5 is 'n uitskieter** ◄ … *sien die stingel-en-blaardiagram*

Al die ander tellings is na aan mekaar.
Hulle verskil deur nie meer as 3 nie, terwyl die telling 5 7 minder is as die volgende telling (12).

'n Uitskieter is 'n telling wat nie die tendens van die data pas nie. Interessantshalwe, die volgende formule (nie in die kurrikulum nie) bestaan om uitskieters te identifiseer:

As 'n telling verder van die houer as 1,5 keer die IKV lê, dan is dit 'n uitskieter.

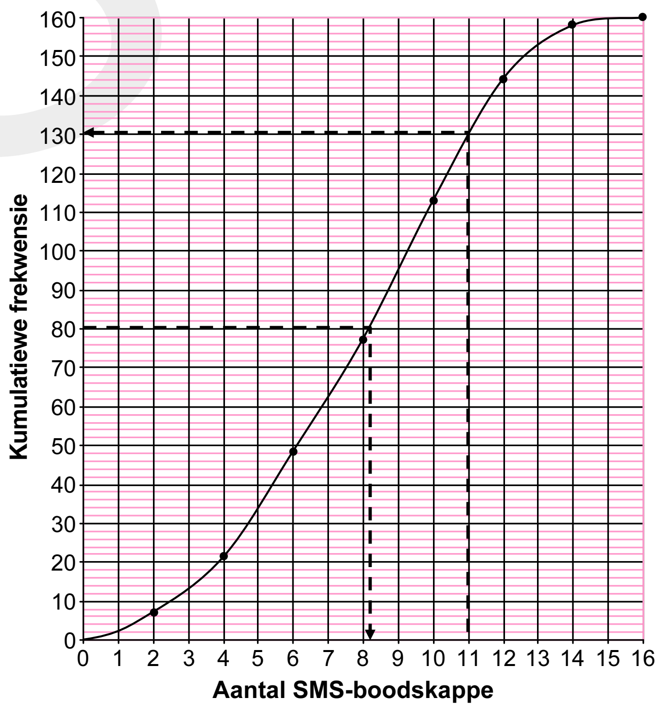
In ons voorbeeld: 1,5 keer die IKV = $1{,}5 \times 8$ = 12

$Q_1 - 12 = 6$ $\therefore$ 5 is 'n uitskieter
$Q_3 + 12 = 38$ $\therefore$ 37 is nie 'n uitskieter nie

2.1

KLAS	FREKWENSIE	KUMULATIEWE FREKWENSIE
$0 \le m < 2$	7	7
$2 \le m < 4$	15	22
$4 \le m < 6$	26	48
$6 \le m < 8$	29	77
$8 \le m < 10$	36	113
$10 \le m < 12$	31	144
$12 \le m < 14$	14	158
$14 \le m < 16$	2	160

2.2



2.3 **Die mediaan is ongeveer 8 boodskappe** ◄

Lees vanaf 80 op die y-as van die ogief af om die (middelste) waarde op die x-as te bepaal.

2.4 Die aantal leerders wat minder as 11 boodskappe gestuur het $= 130$

$\therefore$ Die aantal leerders wat meer as 11 boodskappe gestuur het $= 30$

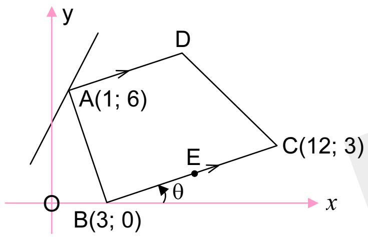
$\therefore$ Die aantal leerders wat meer as 11 boodskappe gestuur het as 'n breuk van die totale aantal leerders $= \frac{30}{160}$ $(= 0{,}1875)$

$\therefore$ Die % is $\frac{30}{160} \times 100\% = \mathbf{18{,}75\%}$ ➤

2.5 Daar is geen noemenswaardige skeefheid nie.

▶ ANALITIESE MEETKUNDE [29]

3.



3.1 Punt E is $\left(\frac{3+12}{2}; \frac{0+3}{2}\right)$, $\quad \ldots \left(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$\therefore$ $\mathbf{E\left(7\frac{1}{2}; 1\frac{1}{2}\right)}$ ➤

3.2 $m_{BC} = \frac{3-0}{12-3} = \frac{3}{9} = \mathbf{\frac{1}{3}}$ ➤ $\quad \ldots\ m = \frac{y_2 - y_2}{x_1 - x_2}$

3.3 $\tan\theta = \frac{1}{3}$ ➡ $\theta \approx \mathbf{18{,}43^\circ}$ ➤

3.4 $m_{AD} = m_{BC} = \frac{1}{3}$ $\quad \ldots\ AD \parallel BC$

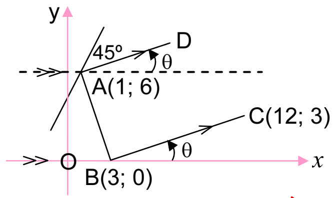
& $m_{AB} = \frac{0-6}{3-1} = \frac{-6}{2} = -3$

$\therefore$ $m_{AD} \times m_{AB} = \left(\frac{1}{3}\right)(-3) = -1$

$\therefore$ $\mathbf{AD \perp AB}$ ➤

3.5 Ons moet die gradiënt van die lyn bepaal.
$\therefore$ moet ons die $\angle$ van inklinasie bepaal.

Trek 'n horisontale lyn ($\parallel$ x-as) deur punt A.



Die $\angle$ van inklinasie van die lyn is $\theta + 45^\circ$, d.w.s. $63{,}43^\circ$.

AD $\parallel$ BC
$\therefore$ Hulle het gelyke $\angle^e$ van inklinasie.

$\therefore$ Die gradiënt van die lyn is $\tan 63{,}43^\circ \approx 2$

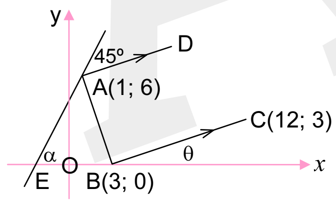
Die vergelyking: $\quad \mathbf{y - y_1 = m(x - x_1)}$

Stel in pt. A(1; 6): $\quad y - 6 = 2(x - 1)$

$\therefore$ $\mathbf{y = 2x + 4}$ ➤

of $\quad \mathbf{y = mx + c}$
$\therefore$ $6 = (2)(1) + c$
$\therefore$ $4 = c$
$\therefore$ Verg.: $\mathbf{y = 2x + 4}$ ➤

OF: Verleng die lyn om die x-as (by E) te sny



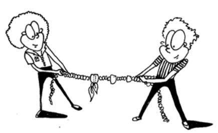
$\hat{ABC} = 90^\circ$ $\quad \ldots$ *ko-binne. $\angle^e$; AD $\parallel$ BC*

$\therefore$ $\hat{ABX} = 90^\circ + 18{,}43^\circ$
$= 108{,}43^\circ$

$\therefore$ $\hat{EAB} = 45^\circ$ $\quad \ldots$ *$\angle^e$ op 'n reguit lyn*

$\therefore$ $\alpha = 108{,}43^\circ - 45^\circ$ $\quad \ldots$ *buite$\angle$ van ΔAEB*
$= 63{,}43^\circ$

$m_{EA} = \tan 63{,}43^\circ \approx 2$, ens.



4.1 $m_{QP} = m_{OS} = 6$ $\quad \ldots$ *QP $\parallel$ OS in $\parallel^m$*

& Vervang punt P(-3; 17):

$y - 17 = 6(x + 3)$

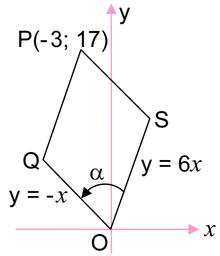
$\therefore$ $\mathbf{y = 6x + 35}$ ➤

OF: $\quad 17 = (6)(-3) + c$
$\therefore$ $35 = c$
$\therefore$ Verg.: $\mathbf{y = 6x + 35}$ ➤

4.2 By Q: $\quad y = 6x + 35$ en $y = -x$

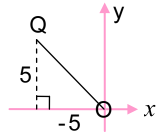
$\therefore$ $6x + 35 = -x$
$\therefore$ $7x = -35$
$\therefore$ $x = -5$
& $\therefore$ $y = 5$

$\therefore$ $\mathbf{Q(-5; 5)}$ ➤



4.3 $OQ^2 = 5^2 + 5^2$ $\quad \ldots$ *Stell. van Pythag.*
$= 50$

$\therefore$ $OQ = \sqrt{50}$
$= \mathbf{5\sqrt{2}}$ **eenhede** ➤



$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25}\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

4.4 $\tan \hat{QOX} = -1$ $\quad \ldots\ m_{OQ} = -1$

$\therefore$ $\hat{QOX} = 135^\circ$

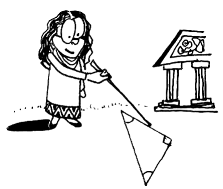
$\tan \hat{SOX} = 6$ $\quad \ldots\ m_{OS} = 6$

$\therefore$ $\hat{SOX} = 80{,}54^\circ$

$\therefore$ $\alpha = 135^\circ - 80{,}54^\circ$
$= \mathbf{54{,}46^\circ}$ ➤

4.5 In ΔQOS: $\quad QS^2 = OQ^2 + OS^2 - 2OQ.OS\cos\alpha$
$= 50 + 148 - 2\sqrt{50}\,\sqrt{148}.\cos 54{,}46^\circ$
$= 97{,}994\ldots$

$\therefore$ $\mathbf{QS \simeq 9{,}90}$ **eenhede** ➤



▶ TRIGONOMETRIE [52]

5.1.1 $\cos\alpha = \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{r}} = \frac{-5}{13} = -\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{13}}$ ✓

dit is 'n identiteit ∴ waar vir ALLE waardes van α.

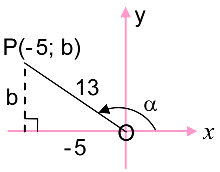
5.1.2 $\tan(180° - \alpha) = -\tan\alpha$ . . .

$b = 12$ … *5 : 12 : 13 Δ ; Pythag.*

$\therefore\ \tan\alpha = \frac{12}{-5}$

$\therefore\ \tan(180° - \alpha) = -\left(\frac{12}{-5}\right)$

$= \frac{\mathbf{12}}{\mathbf{5}}$ ✓



5.2.1 Uitdrukking $= \frac{\cancel{\sin\theta}\,.\cos\theta\,.(-\tan\theta)}{-\cancel{\sin\theta}}$

$= +\cancel{\cos\theta} \times \frac{\sin\theta}{\cancel{\cos\theta}}$ . . . $\boxed{\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}}$

$= \mathbf{\sin\theta}$ ✓

5.2.2 Die vergelyking: $\sin\theta = 0{,}5$ . . . *$0° \le \theta \le 360°$*

$\therefore\ \theta = \mathbf{30°}$ ✓

of $\theta = 180° - 30°$

$= \mathbf{150°}$ ✓

5.3.1 **LK** $= \frac{8}{1 - \cos^2 A} - \frac{4}{1 + \cos A}$

$= \frac{8}{(1 + \cos A)(1 - \cos A)} - \frac{4}{1 + \cos A}$

$= \frac{8 - 4(1 - \cos A)}{(1 + \cos A)(1 - \cos A)}$

$= \frac{8 - 4 + 4\cos A}{(1 + \cos A)(1 - \cos A)}$

$= \frac{4 + 4\cos A}{(1 + \cos A)(1 - \cos A)}$

$= \frac{4\,\cancel{(1 + \cos A)}}{\cancel{(1 + \cos A)}(1 - \cos A)}$

$= \frac{4}{1 - \cos A}$

$=$ **RK**

OF: Die identiteit wat bewys moet word, is **gelykstaande** aan:

$\frac{8}{\sin^2 A} = \frac{4}{1 + \cos A} + \frac{4}{1 - \cos A}$

RK $= \frac{4(1 - \cos A) + 4(1 + \cos A)}{(1 + \cos A)(1 - \cos A)}$

$= \frac{4 - 4\cos A + 4 + 4\cos A}{1 - \cos^2 A}$

$= \frac{8}{\sin^2 A}$

$=$ **LK**

Hierdie identiteit is waar.

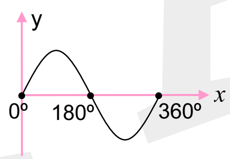
∴ Die oorspronklike identiteit is waar.

5.3.2 Die identiteit is ongedefinieerd as enige noemer = 0

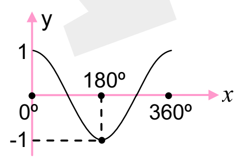
∴ vir: $\sin A = 0$ of $\cos A = -1$ of $\cos A = 1$

Verwys na jou bekende basiese sinus- en kosinusgrafieke.

y = sin A



y = cos A



∴ Die identiteit is ongedefinieerd vir:

A = 0° ; 180° of **360°** ✓

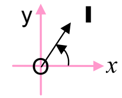
5.4 $8\cos^2 x - 2\cos x - 1 = 0$

$\therefore\ (2\cos x - 1)(4\cos x + 1) = 0$

$\therefore\ \cos x = \frac{1}{2}$ of $\cos x = -\frac{1}{4}$

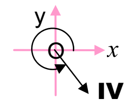
$\cos x = \frac{1}{2}$

➡ $\boldsymbol{x = 60° + n(360°)}$ ✓



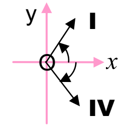
of $x = 360° - 60° + n(360°)$

$= \mathbf{300° + n(360°),\ n \in \mathbb{Z}}$ ✓



OF:

$\boldsymbol{x = \pm 60° + n(360°),\ n \in \mathbb{Z}}$ ✓

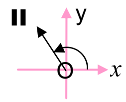


Watter een is die maklikste opsie?

& $\cos x = -\frac{1}{4}$ $(= -0{,}25)$

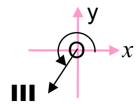
➡ $x = 180° - 75{,}52° + n(360°)$

$= \mathbf{104{,}48° + n(360°)}$ ✓



of $x = 180° + 75{,}52° + n(360°)$

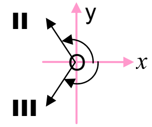
$= \mathbf{255{,}52° + n(360°)\ ,\ n \in \mathbb{Z}}$ ✓



OF:

$x = \pm(180° - 75{,}52°) + n(360°)$

$\therefore\ \boldsymbol{x = \pm 104{,}48° + n(360°),\ n \in \mathbb{Z}}$ ✓



Hierdie 2 opsies is gelykstaande - hulle lewer dieselfde $\angle^e$.

6.1 **p = -45°** ✓

. . . *f is y = cos x 45° na regs beweeg. Stel in om te toets: bv. y = cos(45°* **– 45°**) *= cos 0° = 1*

q = -1 ✓

. . . *g is y = sin x omgekeerd. LW: y = -sin 90° = -1*

6.2 $x_B = 180° - 22{,}5° = 157{,}5°$

& $y_B = -0{,}38$

∴ **B(157,5°; -0,38)** ✓

6.3 $f(x) - g(x) < 0$

➡ $f(x) < g(x)$

(d.w.s. die waardes van x waarvoor f onderkant g is)

$\mathbf{-180° \le x < -22{,}5°}$ of $\mathbf{157{,}5° < x \le 180°}$ ✓

6.4.1 $h(x) = \cos(x - 45° + 30°)$

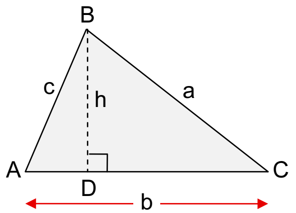
∴ $\mathbf{h(x) = \cos(x - 15°)}$ ✓

6.4.2 f het 'n minimum by $x = -135°$

∴ **h het 'n minimum by x = -165°** ✓ . . . *30° links van -135°*

7.1 Konstruksie:

Trek BD ⊥ AC



Bewys:

In ΔBAD: $\frac{h}{c} = \sin A$ & In ΔBCD: $\frac{h}{a} = \sin C$

∴ $h = c \sin A$ ∴ $h = a \sin C$

∴ $c \sin A = a \sin C$

÷ ac ∴ $\mathbf{\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin C}{c}}$ ✓

7.2.1 $\frac{\sin R}{27{,}2} = \frac{\sin 132°}{73{,}2}$

∴ $\sin R = \frac{27{,}2 \sin 132°}{73{,}2}$

$= 0{,}276...$

∴ $\mathbf{\hat{R} = 16{,}03°}$ ✓

Die sinusreël sê:
Die sin van 'n ∠ gedeel deur die teenoorstaande sy, is gelyk aan die sin van enige ander ∠ gedeel deur die teenoorstaande sy.
(OF, in omgekeerde vorm.)

7.2.2 Die opp. van 'n Δ = $\frac{1}{2}$ die produk van 2 sye × die sin van die ingeslote ∠.

$\hat{Q} = 180° - (132° + 16{,}03°)$ . . . Opp. = $\frac{1}{2}$ r p sin Q ; Ons moet dus $\hat{Q}$ bepaal.

$= 31{,}97°$

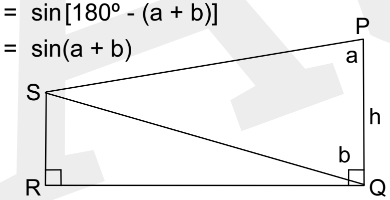
∴ Opp. van ΔPQR $= \frac{1}{2}(27{,}2)(73{,}2) \sin 31{,}97°$

$= \mathbf{527{,}10\ cm^2}$ ✓

7.3.1 In ΔPSQ: $P\hat{S}Q = 180° - (a + b)$

∴ $\sin P\hat{S}Q = \sin[180° - (a + b)]$

$= \sin(a + b)$



& $\frac{SQ}{\sin a} = \frac{h}{\sin P\hat{S}Q}$

∴ $\mathbf{SQ = \frac{h \sin a}{\sin(a + b)}}$ ✓ . . . ❶

7.3.2 In ΔSRQ: $S\hat{Q}R = 90° - b$

∴ $\sin S\hat{Q}R = \sin(90° - b)$

$= \cos b$

& $\frac{RS}{SQ} = \sin S\hat{Q}R$

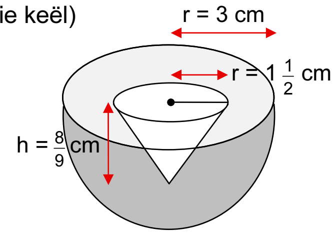
× SQ) ∴ $RS = SQ \cos b$ . . . ❷

Stel ❶ in ❷ in: ∴ $RS = \frac{h \sin a}{\sin(a + b)} . \cos b$

∴ $\mathbf{RS = \frac{h \sin a . \cos b}{\sin(a + b)}}$ ✓

▶ METING [6]

8. Volume van metaal B (die keël)



$= \frac{1}{3}\pi r^2 . h$

$= \frac{1}{3}\pi(1{,}5)^2 . \frac{8}{9}$

$= \frac{2}{3}\pi$

Volume van die hemisfeer $= \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$

$= \frac{2\pi}{3} . 3^3$

$= 18\pi$

∴ Volume van metaal A $= 18\pi - \frac{2}{3}\pi = 17\frac{1}{3}\pi$

∴ Die verhouding:

Volume van metaal A : Volume van metaal B

$= 17\frac{1}{3}\pi : \frac{2}{3}\pi$

× 3) $= 52\pi : 2\pi$

÷ 2π) $=$ **26 : 1** ✓

▶ EUKLIDIESE MEETKUNDE [40]

9.1 . . . **halveer die koord** ✓

9.2.1 OE = OD $= \frac{1}{2}(20) = 10$ cm *radiusse $= \frac{1}{2}$ middellyn*

∴ **OC = 8 cm** ✓ . . . *CE = 2 cm*

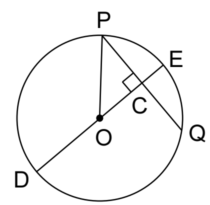
9.2.2 In ΔOPC:

$PC^2 = OP^2 - OC^2$ . . . *Pythagoras*

$= 10^2 - 8^2$

$= 36$

∴ PC = 6 cm



∴ **PQ = 12 cm** ✓ . . . *OC ⊥ koord PQ halveer PQ*

10.1 Konstruksie: Verbind DO en verleng dit na C

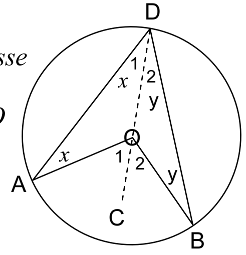
Bewys:

Laat $\hat{D}_1 = x$

dan is $\hat{A} = x$ . . . *basis $\angle^e$; gelyke radiusse*

$\therefore$ $\hat{O}_1 = 2x$

. . . *buite$\angle$ van ΔDAO*



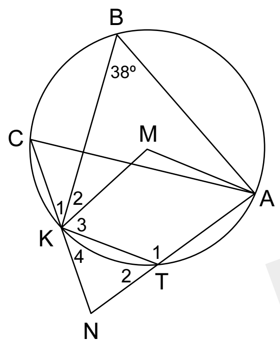
Net so, $\hat{O}_2 = 2y$

$\therefore$ $A\hat{O}B = 2x + 2y$

$= 2(x + y)$

$=$ **2 $A\hat{D}B$** ◂

10.2



10.2.1 (a) $K\hat{M}A = 2(38^\circ)$ . . . *middelpunts$\angle$ = 2 × omtreks$\angle$*

$=$ **76º** ◂

(b) $\hat{T}_2$ = **38º** ◂ . . . *buite$\angle$ van kvh. BKTA*

(c) $\hat{C}$ = **38º** ◂ . . . *dieselfde segment; boog KA onderspan of, buite$\angle$ van kvh. CKTA*

(d) $N\hat{A}C = 38^\circ$ . . . *basis$\angle^e$ van gelykb. Δ; NA = NC*

$\therefore$ $\hat{K}_4$ = **38º** ◂ . . . *buite$\angle$ van kvh CKTA*

10.2.2 In ΔNKT: $\hat{K}_4 = \hat{T}_2$ . . . *beide = 38º in 10.2.1*

$\therefore$ **NK = NT** ◂ . . . *gelyke basis $\angle^e$*

10.2.3 $K\hat{M}A = 2(38^\circ)$ . . . *sien 10.2.1(a)*

& $\hat{N} = 180^\circ - 2(38^\circ)$ . . . *som van $\angle^e$ van ΔNKT (sien 10.2.2)*

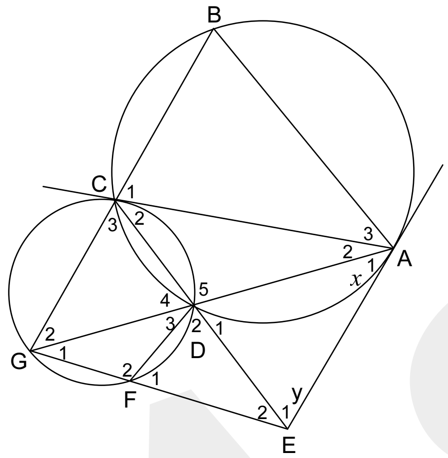
$\therefore$ $K\hat{M}A + \hat{N} = 180^\circ$

$\therefore$ **AMKN is 'n koordevierhoek** ◂

. . . *teenoorstaande $\angle^e$ supplementêr*

11.1 . . . **gelyk aan die hoek onderspan deur die koord in die teenoorstaande segment.** ◂

11.2



11.2.1 $\hat{A}_1 = x$ . . . *gegee*

$\therefore$ $\hat{C}_2 = x$ . . . *raaklyn EA; koord AD*

$\therefore$ $\hat{G}_2 = x$ . . . *raaklyn AC; koord CD*

$\therefore$ $\hat{A}_1$ = verwisselende $\hat{G}_2$

$\therefore$ **BCG || AE** ◂

11.2.2 $\hat{F}_1 = \hat{C}_3$ . . . *buite$\angle$ van koordevierhoek CGFD*

$= \hat{E}_1$ (= y) . . . *verwisselende $\angle^e$; BCG || AE*

$\therefore$ **AE is 'n raaklyn aan ⊙FED** ◂

. . . *omgekeerde van raaklyn-koord stelling*

11.2.3 $\hat{C}_1 = C\hat{A}E$ . . . *verwisselende $\angle^e$; BCG || AE*

$= \hat{B}$ . . . *raaklyn EA ; koord AC*

$\therefore$ **AB = AC** ◂ . . . *gelyke basis $\angle^e$ in ΔABC*

GRAAD 12 EKSEMPLAAR VRAESTEL 2 MEMO

STATISTIEK [21]

1.1 **Hoe meer die getal dae van oefening, hoe minder tyd geneem om die naelloop te voltooi.** ✓

OF: Soos die getal dae van oefening vermeerder, so het die tyd om die naelloop te voltooi, verminder. ✓

OF: Hoe minder dae geoefen, hoe langer het dit geneem om die naelloop te voltooi. ✓

1.2 **(60; 18,1)** ✓

1.3 Vergelyking van die regressielyn: $y = A + Bx$
waar $A = 17{,}8193\ldots$ & $B = -0{,}0706\ldots$ *(Sakrekenaar)*

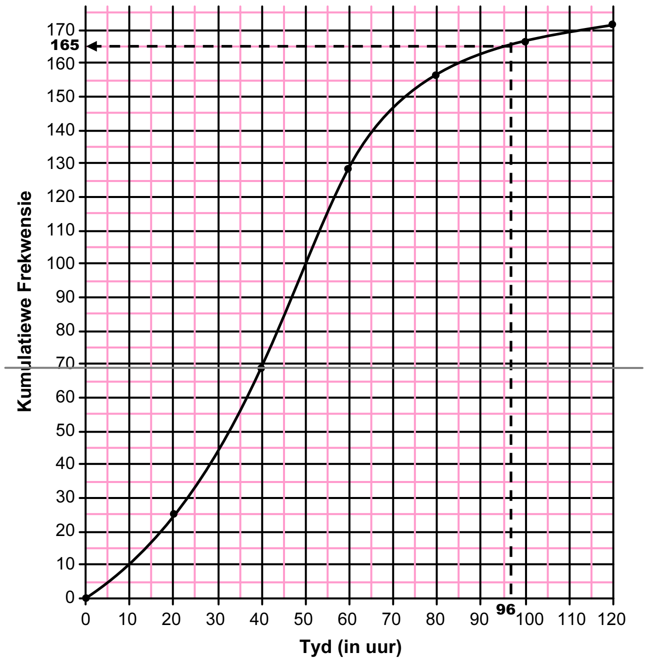
$\therefore$ **Die vergelyking: $y = 17{,}82 - 0{,}07x$** ✓

1.4 Tyd geneem $= 17{,}82 - 0{,}07(45) =$ **14,67 sekondes** ✓

1.5 Die korrelasiekoëffisiënt, **$r \simeq -0{,}74$** ✓

1.6 **Die verband tussen die veranderlikes is redelik sterk.** ✓

2.1 Ogief (Kumulatiewe frekwensiekurwe)



2.2 **$40 \leq t < 60$** ✓ . . . *die steilste kurwe oor hierdie interval dui die grootste getal leerders aan*

2.3 80% van die tyd $=$ 80% van 120 h $=$ 96 h

Die getal leerders wat ≤ 96 h spandeer het, is 165 . . . *sien grafiek*

$\therefore$ Die getal leerders wat > 96 h spandeer het, is $172 - 165 =$ **7** ✓

2.4

Tyd (ure)	Kumulatiewe frekwensie	Frekwensie per interval
$0 \leq t < 20$	25	25
$20 \leq t < 40$	69	44
$40 \leq t < 60$	129	60
$60 \leq t < 80$	157	28
$80 \leq t < 100$	166	9
$100 \leq t < 120$	172	6

Die gemiddelde tyd

$= \dfrac{25\times10 + 44\times30 + 60\times50 + 28\times70 + 9\times90 + 6\times110}{172}$

$= \dfrac{8\,000}{172}$

$\simeq$ **46,51 uur** ✓ *(of, met sakrekenaar)*

ANALITIESE MEETKUNDE [37]

3.1 **K(7; 0)** ✓

3.2 **M(-5; -1)** ✓ . . . *Q middelpunt van MP*

3.3 $m_{PM} = \dfrac{3-1}{7-1} = \dfrac{2}{6} = \mathbf{\dfrac{1}{3}}$ ✓

3.4 $\tan P\hat{S}K = m_{PM} = \dfrac{1}{3}$ ➡ $P\hat{S}K = 18{,}43°$

$\therefore$ **$\theta = 71{,}57°$** ✓ . . . *$\angle^e$ van ΔPSK*

3.5 In ΔPSK: $\cos\theta = \dfrac{PK}{PS}$

$\therefore \cos 71{,}57° = \dfrac{3}{PS}$

$\therefore$ **PS** $= \dfrac{3}{\cos 71{,}57°}$ . . . $a = \dfrac{k}{b}$ ➡ $b = \dfrac{k}{a}$

$\simeq$ **9,49 eenhede** ✓

OF: $\sin 18{,}43° = \dfrac{3}{PS}$, ens.

3.6 N(x; y) op die lyn $y = -2x + 17$
➡ Punt N is $(x; -2x + 17)$

$m_{NT} = m_{PM}$ . . . *NT || PM in trapesium*

$\therefore \dfrac{-2x + 17 - 5}{x - (-1)} = \dfrac{1}{3}$

$\therefore \dfrac{-2x + 12}{x + 1} = \dfrac{1}{3}$

$\therefore -6x + 36 = x + 1$

$\therefore -7x = -35$

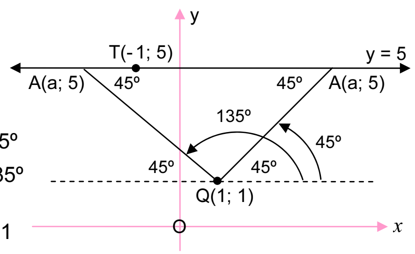
$\therefore x = 5$

& $y = -2(5) + 17 = 7$

$\therefore$ **N(5; 7)** ✓

OF: Bepaal die vergelyking van TN:
Stel $m = \dfrac{1}{3}$ en $(-1; 5)$ in
$y - y_1 = m(x - x_1)$ OF $y = mx + c$
Vergelyking is $y = \dfrac{1}{3}x + 5\dfrac{1}{3}$.
N is die snypunt van TN en NP
$\therefore$ Los die vergelykings op.

3.7.1 Die vergelyking:
y = 5 ✓



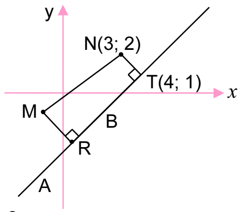
3.7.2 Die gradiënt van AQ $= \tan 45°$ of $\tan 135°$

$\therefore \dfrac{5-1}{a-1} = 1$ of -1

$\therefore \dfrac{4}{a-1} = \pm1$

$\therefore a - 1 = \pm4$ $\therefore$ **a = 5** of **-3** ✓

4.1 **M(-1; -1)** ✓



4.2 NT $\perp$ AT . . . *raaklyn $\perp$ radius*

$m_{NT} = \dfrac{1-2}{4-3} = -1$ ➡ $m_{AT} = 1$

Stel $m = 1$ en T(4; 1) in

$y - y_1 = m(x - x_1)$ of $y = mx + c$

$\therefore y - 1 = 1(x - 4)$ $\therefore 1 = (1)(4) + c$, ens.

$\therefore$ **$y = x - 3$** ✓

4.3 MR $\perp$ AB . . . *MR is die lyn vanaf die middelpunt na die middelpunt van koord AB*

$\therefore$ In ΔMRA: $AR^2 = MA^2 - MR^2$ . . . *Stelling van Pythag.*

$= 9 - \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2$ . . . $r^2 = 9$

$= 9 - \frac{10}{4}$

$= \frac{13}{2}$

$\therefore$ AR $= \sqrt{\frac{13}{2}}$

$\therefore$ AB $= 2\sqrt{\frac{13}{2}}$ . . . *AB = 2AR*

$= \sqrt{26}$ **eenh.** ◄ . . . $\sqrt{4}\sqrt{\frac{13}{2}} = \sqrt{4 \times \frac{13}{2}}$

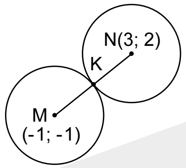
4.4 $MN^2 = (-1-3)^2 + (-1-2)^2 = 25$

$\therefore$ **MN = 5 eenhede** ◄

4.5 MN = 5 eenhede . . . *in 4.4*

& MK = 3 eenhede . . . *rad. van* $\odot M$

$\therefore$ KN = 2 eenhede



$\therefore$ Vergelyking van 'nuwe' $\odot$N:

$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 2^2$

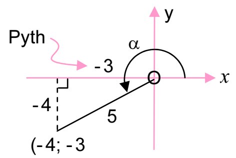
$\therefore x^2 - 6x + 9 + y^2 - 4y + \cancel{4} = \cancel{4}$

$\therefore$ $\mathbf{x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0}$ ◄

► TRIGONOMETRIE [41]

5.1 $\sin\alpha = -\frac{4}{5}$ X X & $90° < \alpha < 270°$ X X

$\therefore$ α is in die 3de Kwadrant



5.1.1 $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha = -\left(-\frac{4}{5}\right)$

$= \mathbf{\frac{4}{5}}$ ◄

5.1.2 $\cos\alpha = \frac{-3}{5} = \mathbf{-\frac{3}{5}}$ ◄

5.1.3 $\sin(\alpha - 45°) = \sin\alpha\cos 45° - \cos\alpha\sin 45°$

$= \left(-\frac{4}{5}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$= -\frac{4}{5\sqrt{2}} + \frac{3}{5\sqrt{2}}$

$= -\frac{4}{5\sqrt{2}}\left(\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)$

$= \mathbf{-\frac{\sqrt{2}}{10}}$ ◄

5.2.1 **LK** $= \frac{8\sin x.\cos x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$

$= \frac{4.2\sin x\cos x}{-(\cos^2 x - \sin^2 x)}$

$= \frac{4.2\sin x}{-\cos 2x}$

$= -4\tan 2x$

$=$ **RK** ◄

5.2.2 Dit sal ongedef. wees as $\cos 2x = 0$

$\therefore$ wanneer $2x = 90° + n(180°)$

$\therefore x = 45° + n(90°)$

$\therefore$ $\mathbf{x = 45°}$ OF $\mathbf{135°}$ ◄

(OF: Wanneer $\tan 2x$ ongedef. is. Dieselfde oplossing.)

5.3 $(1 - 2\sin^2\theta) + 4\sin^2\theta - 5\sin\theta - 4 = 0$

$\therefore 2\sin^2\theta - 5\sin\theta - 3 = 0$

$\therefore (2\sin\theta + 1)(\sin\theta - 3) = 0$

$\therefore \sin\theta = -\frac{1}{2}$ . . . *sin θ ≠ 3* $\because$ *sin θ kan slegs waardes tussen -1 en 1 hê*

$\therefore \theta = 210° + n(360°)$

of $\mathbf{\theta = 330° + n(360°), n \in \mathbb{Z}}$ ◄

6.1 $\mathbf{b = \frac{1}{2}}$ ◄ . . . *tan* $\frac{1}{2}$*(90°) = tan 45° = 1* . . . *sien pt. P*

6.2 **A(30; 1)** . . . *cos(***30°** *- 30°) = cos 0° =* **1**

6.3 Die asimptote van f: $x = -180°$ en $x = 180°$

$\therefore$ **Die benodigde asimptoot is** $\mathbf{x = 160°}$ ◄ . . . Die asimptote beweeg 20° links.

(Let op dat $x = -200°$ buite die definisieversameling val.)

6.4 $-1 \leq g(x) \leq 1$ . . . *Die waardeversameling van g*

$\times 2)$ $\therefore -2 \leq 2g(x) \leq 2$

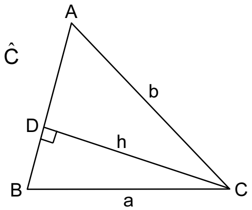
$+1$ $\therefore -1 \leq 2g(x) + 1 \leq 3$

$\therefore$ **Die waardeversameling van h: -1 ≤ y ≤ 3** ◄

7.1 Konstruksie:

Trek die hoogtelyn h of CD vanaf $\hat{C}$

(die hoek nie in die formule betrokke nie)



Bewys:

In ΔADC: $\frac{h}{b} = \sin A$

$\therefore h = b\sin A$ . . . ❶

& In ΔBDC: $\frac{h}{a} = \sin B$

$\therefore h = a\sin B$ . . . ❷

Vanaf ❶ & ❷: $b\sin A = a\sin B$ . . . *beide gelyk aan h*

$\div ab)$ $\therefore \mathbf{\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}}$ ◄

7.2.1 $S\hat{P}Q = 180° - 2x$ . . . *teenoors.* $\angle^e$ *van kvh.*

$\therefore P\hat{S}Q + P\hat{Q}S = 2x$ . . . $\angle^e$ *in* Δ

$\therefore$ $\mathbf{P\hat{S}Q = P\hat{Q}S = x}$ ◄ . . . $\angle^e$ *teenoor gelyke sye*

7.2.2 In ΔSPQ: $\frac{SQ}{\sin(180° - 2x)} = \frac{h}{\sin x}$

$\therefore SQ = \frac{k\sin 2x}{\sin x}$ . . . $\sin(180° - 2x) = \sin 2x$

$= \frac{k.2\cancel{\sin x}\cos x}{\cancel{\sin x}}$

$= \mathbf{2k\cos x}$ ◄ . . . ❶

(OF: Kon die ko-sinusreël ook gebruik het.)

7.2.3 In ΔTPQ: $\frac{3}{PQ} = \tan y$

$\therefore \frac{k}{3} = \frac{1}{\tan y}$ . . . $k = PQ$

$\times 3)$ $\therefore k = \frac{3}{\tan y}$ . . . ❷

❷ in ❶: $\therefore SQ = 2.\frac{3}{\tan y}.\cos x$

$= \mathbf{\frac{6\cos x}{\tan x}}$ ◄

EUKLIDIESE MEETKUNDE EN METING [51]

8.1 . . . die hoek onderspan deur die koord in die verwisselende segment.

8.2.1 $\hat{E}_1 = \hat{B}_1$ . . . *raaklyn-koord stelling*
$= \mathbf{68^\circ}$ ➤

8.2.2 $\hat{B}_3 = \hat{E}_1$ . . . *verw.* $\angle^e$ *; AE || BC*
$= \mathbf{68^\circ}$ ➤

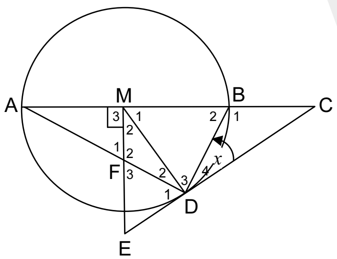
8.2.3 $\hat{D}_1 = \hat{B}_3$ . . . *buite∠ van koordevierhoek*
$= \mathbf{68^\circ}$ ➤

8.2.4 $\hat{E}_2 = \hat{D}_1 + 20^\circ$ . . . *buite∠ van Δ*
$= \mathbf{88^\circ}$ ➤

8.2.5 $\hat{C} = 180^\circ - \hat{E}_2$ . . . *teenoors.* $\angle^e$ *van koordevhk.*
$= \mathbf{92^\circ}$ ➤

9.1 $\hat{A} = x$ . . . *raaklyn-koord stelling*
$\hat{D}_2 = x$ . . . $\angle^e$ *teenoor gelyke sye*

9.2



$\hat{M}_1 = \hat{A} + \hat{D}_2$ . . . *buite∠ van Δ*
$= 2x$

$\therefore \hat{M}_2 = 90^\circ - 2x$ . . . *ME ⊥ AC*

& $\hat{MDE} = 90^\circ$ . . . *radius MD ⊥ raaklyn CDE*

$\therefore \hat{E} = 2x$ . . . $\angle^e$ *van ΔMED*

$\therefore \hat{M}_1 = \hat{E}$

∴ **CM is 'n raaklyn by M aan ⊙MED** ➤

9.3 $\hat{ADB} = 90^\circ$ . . . *∠ in semi⊙*
& $\hat{M}_3 = 90^\circ$ . . . *ME ⊥ AC*
$\therefore \hat{M}_3 = \hat{ADB}$

∴ **FMBD is 'n koordevhk.** ➤ . . . *buite∠ = teen. binne∠*

9.4 Stel BC = a ; dan is MB = 2a
∴ MD = 2a . . . *radiusse*

In ΔMDC: $\hat{MDC} = 90^\circ$ . . . *radius ⊥ raaklyn*

$\therefore DC^2 = MC^2 - MD^2$
$= (3a)^2 - (2a)^2$
$= 9a^2 - 4a^2$
$= 5a^2$
$= \mathbf{5BC^2}$ ➤

9.5 In Δ^e DBC en DFM

(1) $\hat{B}_1 = \hat{F}_2$ . . . *buite∠ van kvh. FMBD = teen. binne∠*

(2) $\hat{D}_4 = \hat{D}_2$ . . . *beide = x*

∴ **ΔDBC ||| ΔDFM** ➤ . . . *∠∠∠*

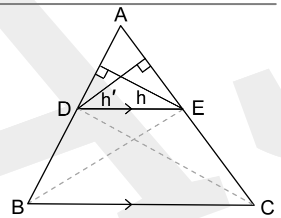
9.6 $\therefore \frac{DM}{FM} = \frac{DC}{BC}$ . . . *eweredige sye*

$= \frac{\sqrt{5}\,BC}{BC}$ . . . *sien 9.4*

$= \mathbf{\sqrt{5}}$ ➤

10.1 **Konstruksie:**

Verbind DC en EB en hoogtes h en h′



Bewys:

$\frac{\text{area van } \Delta ADE}{\text{area van } \Delta DBE} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}AD.\cancel{h}}{\cancel{\frac{1}{2}}DB.\cancel{h}}$

$= \frac{AD}{DB}$ . . . *gelyke hoogtes*

& $\frac{\text{area van } \Delta ADE}{\text{area van } \Delta EDC} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}AE.\cancel{h'}}{\cancel{\frac{1}{2}}EC.\cancel{h'}} = \frac{AE}{EC}$ . . . *gelyke hoogtes*

Maar, area van ΔDBE = area van ΔEDC . . . *dies. basis DE & tussen dies. || lyne, d.w.s. dies. hoogte*

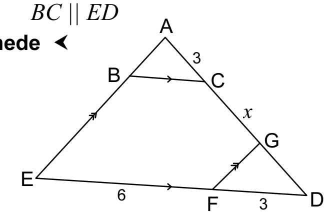
$\therefore \frac{\text{area van } \Delta ADE}{\text{area van } \Delta DBE} = \frac{\text{area } \Delta ADE}{\text{area } \Delta EDC}$

$\therefore \mathbf{\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}}$ ➤

10.2.1 Stel AB = p ; dan is BE = 3p

In ΔAED: $\frac{CD}{3} = \frac{3\cancel{p}}{\cancel{p}}$ . . . *ewer. stelling; BC || ED*

× 3) ∴ **CD = 9 eenhede** ➤



10.2.2 CG = x ; dus is GD = 9 - x

In ΔDAE: $\frac{9 - x}{x + 3} = \frac{3}{6}$ . . . *ewer. stelling ; AE || GF*

$\therefore 54 - 6x = 3x + 9$
$\therefore -9x = -45$
$\therefore \mathbf{x = 5}$ ➤

10.2.3 In Δ^e ABC en AED

(1) $\hat{A}$ is gemeen

(2) $\hat{ABC} = \hat{E}$ . . . *ooreenk.* $\angle^e$*; BC || ED*

∴ ΔABC ||| ΔAED . . . *∠∠∠*

$\therefore \frac{BC}{ED} = \frac{AB}{AE}$ . . . *eweredige sye*

$\therefore \frac{BC}{9} = \frac{\cancel{p}}{4\cancel{p}}$

× 9) ∴ **BC =** $\mathbf{\frac{9}{4}}$ **eenhede** ➤

10.2.4 $\frac{\text{area van } \Delta ABC}{\text{area van } \Delta GFD} = \frac{\frac{1}{2}AC.BC \sin \hat{ACB}}{\frac{1}{2}DG.DF \sin \hat{D}}$

$= \frac{\cancel{\frac{1}{2}}.\cancel{3}.\frac{9}{4}.\sin \hat{D}}{\cancel{\frac{1}{2}}.4.\cancel{3}.\sin \hat{D}}$ . . . *ooreenk.* $\angle^e$*; BC || ED*

$= \frac{\frac{9}{4}}{4}$

$= \mathbf{\frac{9}{16}}$ ➤

OF: $\frac{\text{area van } \Delta ABC}{\text{area van } \Delta AED} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}.\cancel{p}.\cancel{3}.\sin \hat{A}}{\cancel{\frac{1}{2}}.4\cancel{p}.\cancel{12}_{4}.\sin \hat{A}} = \frac{1}{16}$

∴ area van ΔABC = $\frac{1}{16}$ area van ΔAED . . . ❶

& $\frac{\text{area van } \Delta GFD}{\text{area van } \Delta AED} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}.\cancel{4}.\cancel{3}.\cancel{\sin D}}{\cancel{\frac{1}{2}}.\cancel{12}_{3}.\cancel{9}_{3}.\cancel{\sin D}} = \frac{1}{9}$

∴ area van ΔGFD = $\frac{1}{9}$ area van ΔAED . . . ❷

❶ ÷ ❷: ∴ $\frac{\text{area van } \Delta ABC}{\text{area van } \Delta GFD} = \frac{\frac{1}{16}\ \cancel{\text{area van } \Delta AED}}{\frac{1}{9}\ \cancel{\text{area van } \Delta AED}}$

$= \mathbf{\frac{9}{16}}$ ➤